

Οι σχέσεις της κλασικής Φυσικής  
που πρέπει να αποφεύγονται στο φαινόμενο Compton

**Η παρατήρηση:** Στο φαινόμενο Compton για τον υπολογισμό της ορμής του ηλεκτρονίου, πάνω στο οποίο σκεδάζεται φωτόνιο ακτινοβολίας X, έχει παρατηρηθεί ότι συνήθως **χρησιμοποιούμε τη σχέση της κλασικής φυσικής**  $K_e = \frac{p_e^2}{2m}$  για την κινητική ενέργεια και ορμή του ηλεκτρονίου.

**Ο προβληματισμός:** Επειδή όμως εδώ η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι πάρα πολύ υψηλή, για την **κινητική ενέργεια** και **ορμή** του ηλεκτρονίου **ισχύουν οι σχέσεις από τη θεωρία της σχετικότητας**.

Άλλωστε για την απόδειξη της σχέσης μετατόπισης του μήκους κύματος  $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$ , εφαρμόστηκαν οι αρχές διατήρησης της ενέργειας και ορμής του συστήματος φωτονίου ακτινοβολίας X - ηλεκτρονίου σε συνδυασμό με τις σχέσεις της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας για την **ορμή** του ηλεκτρονίου  $p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$  και την **κινητική** του ενέργεια

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - mc^2.$$

**Το συμπέρασμα:** Η ανωτέρω σχέση της κλασικής φυσικής  $K_e = \frac{p_e^2}{2m}$  για την κινητική ενέργεια και ορμή του ηλεκτρονίου **πρέπει να αποφεύγεται!!!**

Ας δούμε τη διαφορά μέσα από ένα παράδειγμα

Ακτινοβολία X με μήκος κύματος  $\lambda_1 = \frac{h}{mc}$  προσπίπτει σε σχεδόν ακίνητο ηλεκτρόνιο ατόμου επιφάνειας γραφίτη και σκεδάζεται με γωνία  $\theta = 90^\circ$ .  
Να υπολογισθούν η κινητική ενέργεια και ορμή του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση.

Απάντηση - Υπολογισμοί

Υπολογισμός κινητικής ενέργειας ηλεκτρονίου

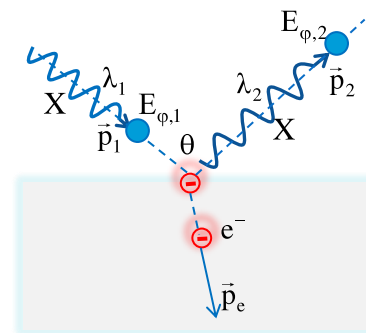
Μετατόπιση μήκους κύματος εξαιτίας της σκέδασης

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos 90^\circ) \Rightarrow$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1-0) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{mc} \quad (1).$$

Μήκος κύματος της ακτινοβολίας μετά την σκέδαση

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda \xrightarrow{(1)} \lambda_2 = \frac{h}{mc} + \frac{h}{mc} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2h}{mc}.$$



Ενέργεια φωτονίου της ακτινοβολίας πριν την σκέδαση :

$$E_{\varphi,1} = h \frac{c}{\lambda_1} \Rightarrow E_{\varphi,1} = h \frac{c}{h/mc} \Rightarrow E_{\varphi,1} = mc^2$$

Ενέργεια φωτονίου της ακτινοβολίας μετά την σκέδαση :

$$E_{\varphi,2} = h \frac{c}{\lambda_2} \Rightarrow E_{\varphi,2} = h \frac{c}{2h/mc} \Rightarrow E_{\varphi,2} = 0,5mc^2$$

Η **κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου** βρίσκεται από την διατήρηση ενέργειας του συστήματος φωτονίου ακτινοβολίας X -ηλεκτρονίου,

$$E_{\varphi,1} = E_{\varphi,2} + K_e \Rightarrow mc^2 = 0,5mc^2 + K_e \Rightarrow \mathbf{K_e = 0,5mc^2}$$

### Υπολογισμός ορμής ηλεκτρονίου

Ορμή φωτονίου της ακτινοβολίας πριν την σκέδαση :

$$p_1 = \frac{h}{\lambda_1} \Rightarrow p_1 = \frac{h}{h/mc} \Rightarrow p_1 = mc$$

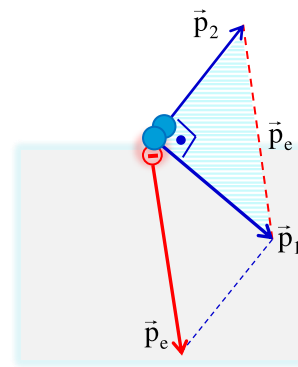
Ορμή φωτονίου της ακτινοβολίας μετά την σκέδαση :

$$p_2 = \frac{h}{\lambda_2} \Rightarrow p_2 = \frac{h}{2h/mc} \Rightarrow p_2 = 0,5mc$$

Η ορμή του ηλεκτρονίου βρίσκεται από την διατήρηση ορμής του συστήματος φωτονίου ακτινοβολίας X - ηλεκτρονίου,

$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_e$  και από το σχήμα με τα αντίστοιχα διανύσματα ( βλέπε γραμμοσκιασμένο τρίγωνο) το μέτρο

$$\text{της ορμής του ηλεκτρονίου είναι } p_e = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \Rightarrow p_e = \sqrt{(mc)^2 + (0,5mc)^2} \Rightarrow p_e = mc\sqrt{1,25} \text{ ή } \mathbf{p_e = 1,12mc}$$



### Η διαφορά ...με την κλασική φυσική...

Αν υπολογίζαμε την ορμή του ηλεκτρονίου από την κινητική του ενέργεια και την  $K_e = \frac{p_e^2}{2m}$

$$\text{θα είχαμε } p_e = \sqrt{2K_e m} \xrightarrow{K_e = 0,5mc^2} p_e = \sqrt{2 \cdot 0,5mc^2 \cdot m} \Rightarrow \mathbf{p_e = mc}.$$

Παρατηρούμε ότι υπάρχει απόκλιση  $\Delta p_e = 0,12mc$  και σε ποσοστό  $\pi\% = \frac{0,12mc}{1,12mc} \cdot 100\%$  ή  $\pi\% = 10,71\%$

**Συμπέρασμα:** Στο φαινόμενο Compton ο ορμή του ηλεκτρονίου πρέπει να υπολογίζεται από την διατήρηση της ορμής του συστήματος φωτονίου ακτινοβολίας

X – ηλεκτρονίου και να αποφεύγεται η σχέση  $K_e = \frac{p_e^2}{2m}$  της κλασικής φυσικής.