Το μαγνητικό πεδίο στο κυκλικό πηνίο … και λίγο από θεωρία αριθμών.

Με δύο όμοια σύρματα μήκους L δημιουργούμε δύο κυκλικά πηνία N_1 και N_2 σπειρών τα οποία τροφοδοτούνται από όμοιες πηγές συνεχούς ρεύματος και έχουν στα κέντρα τους εντάσεις μαγνητικών πεδίων B_1 και B_2 με λόγο $\frac{B_1}{B_2}=2{,}56$. Ο ελάχιστος αριθμός των σπειρών N_1 και N_2 των δύο πηνίων είναι :

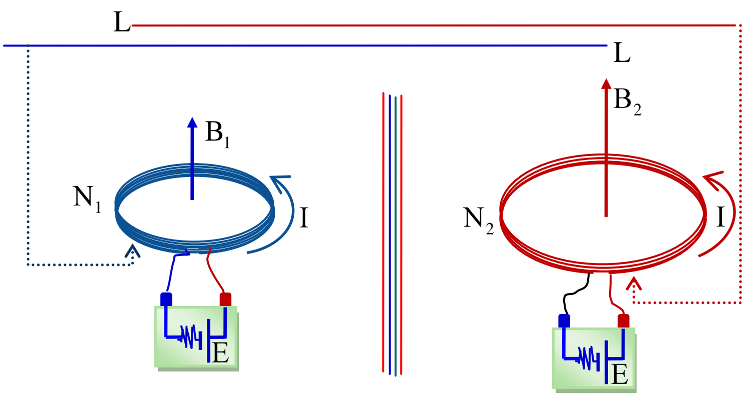
α. $N_1 = 64 , N_2 = 25$ **β.** $N_1 = 32 , N_2 = 25$

γ. $N_1 = 16 , N_2 = 5$ **δ.** $N_1 = 8 , N_2 = 5$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Από ένα σύρμα μήκους L παίρνουμε κυκλικό πηνίο με ακτίνα σπειρών r και πλήθος σπειρών N, οπότε θα ισχύει $L = N\cdot 2\pi r \Rightarrow r=\frac{L}{2\pi N}$ (1) . Αν η αντίσταση του σύρματος δημιουργίας του κυκλικού πηνίου είναι R και η πηγή τροφοδοσίας του πηνίου $(E,r_{\varepsilon\sigma})$, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=\frac{E}{R+r_{\varepsilon\sigma}}$ (2) και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του έχει τιμή $B=NK_\mu\frac{2\pi I}{r} \xrightarrow{(1,2)} B=NK_\mu\frac{2\pi}{L/2\pi N}\frac{E}{R+r_{\varepsilon\sigma}} \Rightarrow B=K_\mu\frac{4\pi^2}{L}\frac{E}{R+r_{\varepsilon\sigma}}N^2$ (3)



Με βάση τη σχέση (3) η ένταση B_1 στο κέντρο του 1ου πηνίου είναι $B_1=K_\mu\frac{4\pi^2}{L}\frac{E}{R+r_{\varepsilon\sigma}}N_1^2$ και η ένταση B_2 στο κέντρο του 2ου πηνίου $B_2=K_\mu\frac{4\pi^2}{L}\frac{E}{R+r_{\varepsilon\sigma}}N_2^2$ και με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{B_1}{B_2}=\frac{N_1^2}{N_2^2}$

ή $2{,}56=\frac{N_1^2}{N_2^2}$ ή $\frac{N_1}{N_2}=1{,}6$ ή $\frac{N_1}{N_2}=\frac{16}{10}$ ή $\frac{N_1}{N_2}=\frac{8}{5}$.

Από τη θεωρία αριθμών και **επειδή N_1 και N_2 ακέραιοι αριθμοί και το κλάσμα έχει γίνει ανάγωγο,** συμπεραίνουμε ότι οι **μικρότερες** τιμές των N_1 και N_2 είναι $(N_1, N_2)=(8, 5)$ και όλες οι **δυνατές** τιμές του πλήθους των σπειρών όλα τα ακέραια πολλαπλάσια (με τον ίδιο αριθμό) αυτών .

N_1	8	16	24	32	40	48
N_2	5	10	15	20	25	30

Άρα σωστή η πρόταση (δ)