

Το μαγνητικό πεδίο στο κυκλικό πηνίο ... και λίγο από θεωρία αριθμών.

Με δύο όμοια σύρματα μήκους L δημιουργούμε δύο κυκλικά πηνία N_1 και N_2 σπειρών τα οποία τροφοδοτούνται από όμοιες πηγές συνεχούς ρεύματος και έχουν στα κέντρα τους εντάσεις μαγνητικών πεδίων B_1 και B_2 με λόγο $\frac{B_1}{B_2}=2,56$. Ο ελάχιστος αριθμός των σπειρών

N_1 και N_2 των δύο πηνίων είναι :

α. $N_1 = 64, N_2 = 25$ **β.** $N_1 = 32, N_2 = 25$

γ. $N_1 = 16, N_2 = 5$ **δ.** $N_1 = 8, N_2 = 5$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Από ένα σύρμα μήκους L παίρνουμε κυκλικό πηνίο με ακτίνα σπειρών r και πλήθος σπειρών N , οπότε θα ισχύει $L = N \cdot 2\pi r \Rightarrow r = \frac{L}{2\pi N}$ (1). Αν η αντίσταση του σύρματος δημιουργίας του κυκλικού πηνίου είναι R και η πηγή τροφοδοσίας του πηνίου ($E, r_{\text{εσ}}$), το πηνίο διαρρέεται

από ρεύμα έντασης $I = \frac{E}{R+r_{\text{εσ}}}$ (2) και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του έχει

$$\text{τιμή } B = NK_{\mu} \frac{2\pi I}{r} \xrightarrow{(1,2)} B = NK_{\mu} \frac{2\pi}{L/2\pi N} \frac{E}{R+r_{\text{εσ}}} \Rightarrow B = K_{\mu} \frac{4\pi^2}{L} \frac{E}{R+r_{\text{εσ}}} N^2 \quad (3)$$

Με βάση τη σχέση (3) η ένταση B_1 στο κέντρο του 1ου πηνίου είναι

$$B_1 = K_{\mu} \frac{4\pi^2}{L} \frac{E}{R+r_{\text{εσ}}} N_1^2$$

και η ένταση B_2 στο κέντρο του 2ου πηνίου

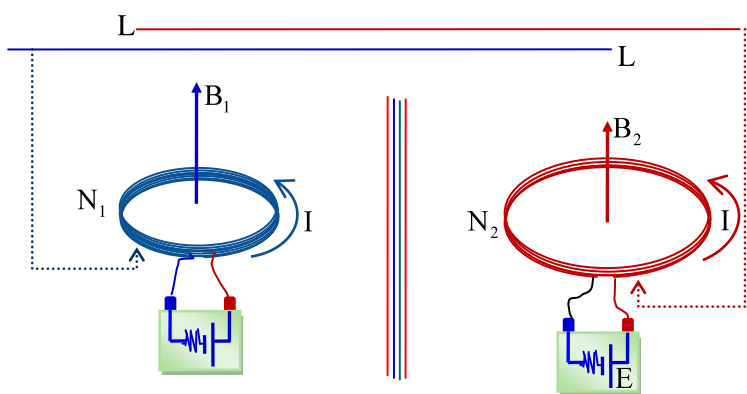
$$B_2 = K_{\mu} \frac{4\pi^2}{L} \frac{E}{R+r_{\text{εσ}}} N_2^2$$

και με διαίρεση κατά

$$\text{μέλη έχουμε } \frac{B_1}{B_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2}$$

$$\text{ή } 2,56 = \frac{N_1^2}{N_2^2} \text{ ή } \frac{N_1}{N_2} = 1,6 \text{ ή } \frac{N_1}{N_2} = \frac{16}{10} \text{ ή } \frac{N_1}{N_2} = \frac{8}{5}.$$

Από τη θεωρία αριθμών και **επειδή N_1 και N_2 ακέραιοι αριθμοί και το κλάσμα έχει γίνει ανάγωγο**, συμπεραίνουμε ότι οι **μικρότερες** τιμές των N_1 και N_2 είναι $(N_1, N_2) = (8, 5)$ και όλες οι **δυνατές** τιμές του πλήθους των σπειρών όλα τα ακέραια πολλαπλάσια (με τον ίδιο αριθμό) αυτών .



N_1	8	16	24	32	40	48
N_2	5	10	15	20	25	30

Άρα σωστή η πρόταση (δ)