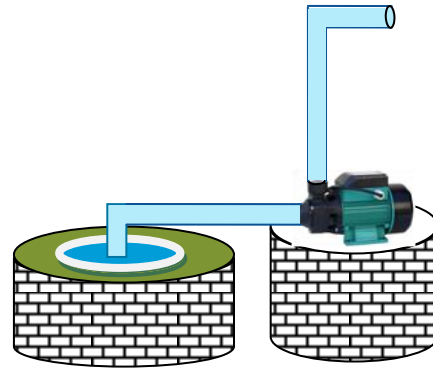


Αντλία νερού: Ο ρόλος της αντλίας-μελέτη – συμπεράσματα – σχόλια.

1. Ο ρόλος της αντλίας .

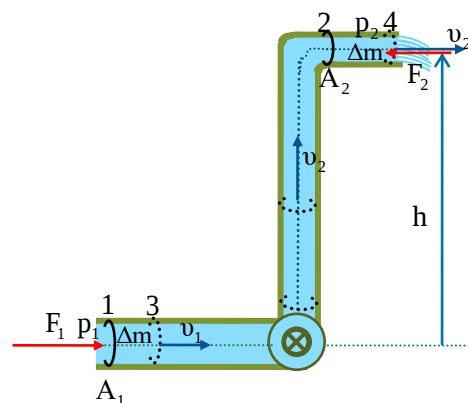
Η αντλία χρησιμοποιείται ώστε να μεταφέρει μια ποσότητα νερού εκεί που δεν μπορεί να μεταφερθεί μόνο με τις πιέσεις που δημιουργούνται από το υπόλοιπο περιβάλλον υγρό. Η αντλία αναρροφά νερό από μια περιοχή (πηγή, δεξαμενή, ποτάμι, γεώτρηση, δίκτυο πόλης) και το στέλνει σε περιοχή (δεξαμενή, δίκτυο ύδρευσης ή αρδευτικό) με τις επιθυμητές προδιαγραφές πίεσης και της παροχής. Αυξάνει κατάλληλα την πίεση όταν υπάρχουν μεγάλες υψομετρικές διαφορές, ή είναι μειωμένη η πίεση του δικτύου.



2. Η βασική μελέτη της αντλίας μέσα από ένα παράδειγμα.

Σε ένα οριζόντιο σωλήνα ύδρευσης σταθερής διατομής $A_1 = 5\text{cm}^2$ ρέει νερό με παροχή $\Pi = 120\text{ L/min}$ και του οποίου η στατική πίεση είναι $p_1 = 1,2\text{atm}$. Επειδή θέλουμε να ανεβάσουμε το νερό σε μια δεξαμενή σε ύψος $h = 10\text{m}$ πάνω από τον οριζόντιο σωλήνα ύδρευσης, προσαρμόζουμε στον σωλήνα αυτόν μια αντλία νερού και συνδέουμε την έξοδο της αντλίας με άλλον κατακόρυφο σωλήνα σταθερής διατομής $A_2 = 4\text{cm}^2$ που οδηγεί στη δεξαμενή. Θα υπολογίσουμε το έργο της αντλίας ανά μονάδα όγκου του νερού και την ισχύ της αντλίας. [Δίνονται η πυκνότητα νερού είναι $\rho = 10^3\text{Kg/m}^3$, $1\text{atm} = 10^5\text{N/m}^2$ και $g = 10\text{m/s}^2$].

Θεωρούμε την ποσότητα νερού που τη χρονική στιγμή t είναι μεταξύ των διατομών (1) και (2) και τη χρονική στιγμή $t + \Delta t$ έχει μετατοπισθεί μεταξύ των διατομών (3) και (4). Η ενεργειακή μελέτη αυτής της ποσότητας για το χρονικό διάστημα Δt ισοδυναμεί με την μεταφορά της στοιχειώδους ποσότητας νερού Δm από την στην περιοχή (1-3) που είναι τη χρονική t στην περιοχή (2-4) όπου θα βρεθεί την χρονική στιγμή $t + \Delta t$... και τούτο γιατί η κύρια ποσότητα νερού που είναι μεταξύ των διατομών (3-2) είναι ίδια για το χρονικό διάστημα $[t, t + \Delta t]$ και ενεργειακά «ανενεργός» στις όποιες μεταβολές. Αν γράψουμε το Θ.Μ.Κ.Ε για την μάζα (1-2) για τις χρονικές στιγμές $[t, t + \Delta t]$ είναι σαν να το εφαρμόζουμε για μεταφορά της στοιχειώδους μάζας Δm από τη περιοχή (1-3) στην περιοχή (2-4) .



Αρχικά ας βρούμε τις ταχύτητες στους σωλήνες πριν και μετά τη διατομή.

$$\Pi = 120 \frac{\text{L}}{\text{min}} = 120 \frac{10^{-3} \text{m}^3}{60 \text{s}} \quad \text{ή} \quad \Pi = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \dots \text{σταθερή σε όλη την ροή του νερού και στους} \\ \text{δύο σωλήνες. Η ταχύτητα στον σωλήνα πριν την αντλία είναι } \Pi = A_1 v_1 \quad \text{ή}$$

$$v_1 = \frac{\Pi}{A_1} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 / \text{s}}{5 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} \quad \text{ή} \quad v_1 = 4 \text{m} / \text{s} \quad \text{και στο σωλήνα μετά την αντλία } \Pi = A_2 v_2 \quad \text{ή}$$

$$v_2 = \frac{\Pi}{A_2} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 / \text{s}}{4 \cdot 10^{-4} \text{m}^2} \quad \text{ή} \quad v_2 = 5 \text{m} / \text{s}$$

Γράφουμε τώρα το Θ.Μ.Κ.Ε για (με την παραπάνω παρατήρηση-σύμβαση) για μεταφορά της στοιχειώδους μάζας Δm από τη περιοχή (1-3) στην περιοχή (2-4) .

$$\Delta K = W_{\text{αντλίας}} + W_{\text{βάρους}} + W_{\text{περιβάλλοντος υγρού}}^1 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = W_{\text{αντλίας}} - \Delta m g h + (p_1 - p_2) \Delta V \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta m}{\Delta V} v_2^2 - \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{\Delta V} v_1^2 = \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} - \frac{\Delta m}{\Delta V} g h + (p_1 - p_2) \frac{\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho}{p_2 = p_{\text{at}}} \rightarrow \text{ή}$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} - \rho g h + (p_1 - p_{\text{at}}) \quad \text{ή} \quad \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} + (p_1 - p_{\text{at}}) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g h \quad (1)$$

$$\text{ή} \quad \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g h - (p_1 - p_{\text{at}}) \xrightarrow{\text{S.I.}}$$

$$\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \frac{1}{2} 10^3 (25 - 16) + 10^3 \cdot 10 \cdot 10 - (1,2 \cdot 10^5 - 10^5) \quad \text{ή} \quad \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = 0,845 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \dots$$

$$[\text{μέγεθος που έχει και διαστάσεις πίεσης } \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = 0,845 \text{ atm}].$$

$$\text{Η ισχύς της αντλίας είναι } P_{\text{αντλίας}} = \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta t} \xrightarrow{\Pi = \Delta V / \Delta t} P_{\text{αντλίας}} = \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V / \Pi} \quad \text{ή}$$

$$P_{\text{αντλίας}} = \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} \Pi \xrightarrow{\text{S.I.}} P_{\text{αντλίας}} = 0,845 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \quad \text{ή} \quad P_{\text{αντλίας}} = 169 \text{W}$$

2.1 Η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του ρευστού και το έργο αντλίας.

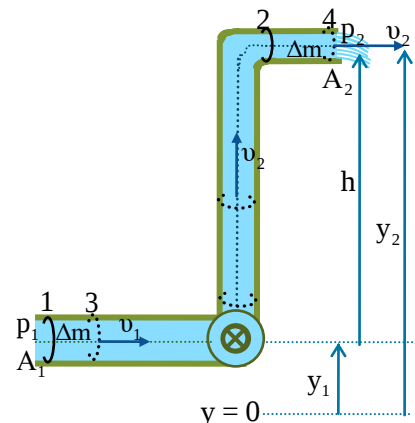
$$\text{Η σχέση (1)} \quad \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} + (p_1 - p_2) = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g h$$

$$\text{γράφεται } \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (y_2 - y_1) + (p_2 - p_1) \quad (2)$$

Ναι αλλά:

■ η ποσότητα $\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2)$ εκφράζει την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ρευστού ανά μονάδα του όγκου του ρευστού ή την μεταβολή της ποσότητας $\frac{1}{2} \rho v^2$ που λέγεται δυναμική πίεση, δηλαδή

$$\frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) = \frac{\Delta K}{\Delta V} = \Delta p_{\text{δυναμικής πίεσης } 1 \rightarrow 2}$$



¹ Ο υπολογισμός του έργου του περιβάλλοντος υγρού είναι ως παράρτημα στο τέλος αυτής της εργασίας



- η ποσότητα $\rho g(y_2 - y_1)$ εκφράζει την μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας του ρευστού ανά μονάδα του όγκου του ή την μεταβολή της ποσότητας $\rho g y$ που λέγεται υψομετρική πίεση, δηλαδή $\rho g y_2 - \rho g y_1 = \frac{\Delta U}{\Delta V} = \Delta p_{\text{υψομετρικής πίεσης } 1 \rightarrow 2}$

- Η $p_1 - p_2$ εκφράζει το έργο του περιβάλλοντος ρευστού ανά μονάδα του όγκου του,

δηλαδή $p_1 - p_2 = \frac{W_{\text{περιβάλλοντος ρευστού}}}{\Delta V}$ ή $p_2 - p_1 = -\frac{W_{\text{περιβάλλοντος ρευστού}}}{\Delta V}$ και η σχέση (2) γράφεται

$$\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \frac{\Delta K}{\Delta V} + \frac{\Delta U}{\Delta V} - \frac{W_{\text{περιβάλλοντος ρευστού}}}{\Delta V} \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{\text{αντλίας}} + W_{\text{περιβάλλοντος ρευστού}} = \Delta K + \Delta U}$$

Συμπέρασμα: « Η μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής και κινητικής ενέργειας του ρευστού γίνεται μέσω του έργου της αντλίας και του έργου του περιβάλλοντος υγρού»

Το συμπέρασμα αυτό είναι αναμενόμενο διότι $\Delta K + \Delta U$ είναι η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του ρευστού $\Delta K + \Delta U = \Delta E_{\text{μηχανική}}$ και ως γνωστό η μηχανική ενέργεια μεταβάλλεται μέσω του έργου των μη συντηρητικών δυνάμεων.

$$\Delta K + \Delta U = W_{\text{αντλίας}} + W_{\text{περιβάλλοντος ρευστού}} \quad \text{ή} \quad \Delta E_{\text{μηχανικής}} = W_{\text{αντλίας}} + W_{\text{περιβάλλοντος ρευστού}}$$

$$\Delta E_{\text{μηχανικής}} = W_{\text{μη συντηρητικών δυνάμεων}}$$

2.2 Το έργο της αντλίας και οι μεταβολές των επιμέρους πιέσεων.

Η σχέση (2) $\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) + (p_2 - p_1)$ και με βάση τα ανωτέρω

μπορεί να γραφεί $\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \left(\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2\right) + (\rho g y_2 - \rho g y_1) + (p_2 - p_1)$ ή

$$\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \underbrace{\Delta p_{\text{δυναμικής πίεσης}} + \Delta p_{\text{υψομετρικής πίεσης}} + \Delta p_{\text{στατικής πίεσης}}}_{\text{άθροισμα των μεταβολών των επιμέρους πιέσεων}}$$

Συμπέρασμα: «Το προσφερόμενο έργο από την αντλία στο ρευστό ανά μονάδα όγκου του δαπανάται για την μεταβολή των επιμέρους πιέσεων του ρευστού.»

2.3 Η ισχύς της αντλίας και οι μεταβολές των επιμέρους πιέσεων.

Δεδομένου ότι η ισχύς της αντλίας είναι $P_{\text{αντλίας}} = \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta t}$ η ανωτέρω σχέση (2)

$$\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) + (p_2 - p_1) \quad \text{γράφεται}$$

$$\frac{P_{\text{αντλίας}} \Delta t}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) + (p_2 - p_1) \quad \text{ή}$$

$$\frac{P_{\text{αντλίας}}}{\Delta V / \Delta t} = \left(\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2\right) + (\rho g y_2 - \rho g y_1) + (p_2 - p_1) \quad \text{ή}$$

$$\frac{P_{\text{αντλίας}}}{\Pi} = \underbrace{\Delta p_{\text{δυναμικής πίεσης}} + \Delta p_{\text{υψομετρικής πίεσης}} + \Delta p_{\text{στατικής πίεσης}}}_{\text{άθροισμα των μεταβολών των επιμέρους πιέσεων}}$$

Συμπέρασμα: « Μέσω της αντλίας μεταβάλλονται όλες οι επιμέρους πιέσεις του ρευστού, δυναμική, υψομετρική και στατική έτσι ώστε το πηλίκο της ισχύος της αντλίας προς την παροχή του ρευστού ισούται με το άθροισμα των μεταβολών των επιμέρους πιέσεων του ρευστού»

2.4 Αντλία και η πίεση εξόδου

Στο αρχικό παράδειγμα ας υπολογίσουμε την πίεση p_ϵ του ρευστού στην έξοδο της αντλίας (ε) εφαρμόζοντας Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την διατομή (ε) μέχρι την διατομή (4) ...

$$p_\epsilon + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad \text{ή}$$

$$p_\epsilon = p_2 + \rho g (y_2 - y_1) \xrightarrow{\text{S.I.}} p_\epsilon = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 10$$

$$\text{ή } p_\epsilon = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ ή } p_\epsilon = 2 \text{ atm}$$

Για μετακίνηση μιας ποσότητας του ρευστού από την διατομή (ε) μέχρι την διατομή (4) ...

- Το περιβάλλον ρευστό προσφέρει ενέργεια ανά μονάδα όγκου του ρευστού

$$\frac{W_{\text{περιβ}}}{\Delta V} = p_\epsilon - p_2 \quad \text{ή} \quad \frac{W_{\text{περιβ}}}{\Delta V} = 1 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \dots = 1 \text{ atm}.$$

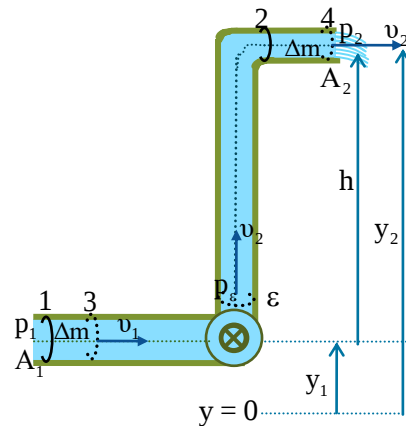
- Η κινητική και δυναμική ενέργεια του ρευστού ανά μονάδα όγκου του έχουν την εξής μεταβολή... $\frac{\Delta K}{\Delta V} = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_2^2 = 0$ και $\frac{\Delta U}{\Delta V} = \rho g (y_2 - y_1) = 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \dots = 1 \text{ atm}$

$$\text{Παρατηρούμε ότι : } \frac{W_{\text{περιβ}}}{\Delta V} = \frac{\Delta K}{\Delta V} + \frac{\Delta U}{\Delta V} \quad \text{ή} \quad p_\epsilon - p_2 = \Delta p_{\text{δυναμική}} + \Delta p_{\text{υψομετρική}} \quad \text{ή}$$

$$p_\epsilon = p_2 + \Delta p_{\text{δυναμική}} + \Delta p_{\text{υψομετρική}}.$$

Συμπέρασμα: « Η αντλία δημιουργεί τέτοια πίεση στη έξοδό της (ε) ώστε το περιβάλλον υγρό μέσω του έργου να μπορεί να μεταβάλει κατάλληλα την δυναμική και κινητική ενέργεια του ρευστού ώστε αυτό να ανεβεί στο επιθυμητό ύψος με την ανάλογη ταχύτητα»

Συμπέρασμα: « Η αντλία δημιουργεί τέτοια πίεση p_ϵ στη έξοδό της (ε) ώστε αυξάνει κατάλληλα την υψομετρική και δυναμική πίεση αλλά και να εξουδετερώνει την στατική πίεση της εξόδου»



2.5 Έργο αντλίας ... μια άλλη προσέγγιση για το έργο.

Ας υπολογίσουμε πόση θα ήταν η στατική πίεση στη διατομή (ε) στην περιοχή του πιο λεπτού σωλήνα αμέσως μετά την θέση της αντλίας ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΟΜΩΣ ΠΟΥ ΔΕΝ

ΥΠΗΡΧΕ Η ΑΝΤΛΙΑ ... $p'_\epsilon + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_1 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1$ (οι διαστάσεις της αντλίας

θεωρούνται αμελητέες) ... $p'_e + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \xrightarrow{\text{S.I}}$

$$p'_e + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 5^2 = 1,2 \cdot 10^5 + \frac{1}{2} \cdot 10^3 \cdot 4^2 \text{ ή } p'_e = 1,155 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ ή } p'_e = 1,155 \text{ atm} \dots \text{ ενώ η πίεση}$$

ΟΤΑΝ ΥΠΑΡΧΕΙ Η ΑΝΤΛΙΑ ΕΙΝΑΙ $p_e = 2,0 \text{ atm}$, δηλαδή η αντλία προκάλεσε αύξηση της

$$\text{στατικής πίεσης } \Delta p_{\text{από την αντλία}} = 2,000 \text{ atm} - 1,155 \text{ atm} = 0,845 \text{ atm} \text{ ή } \Delta p_{\text{από την αντλία}} = 0,845 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

ισοδυναμεί με προσφορά ενέργειας από την αντλία ανά μονάδα όγκου ρευστού

$$\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = 0,845 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \dots \text{όσο ακριβώς βρήκαμε στη §2.}$$

Συμπέρασμα:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Ενέργεια αντλίας} \\ \text{ανά μονάδα όγκου} \\ \text{του ρευστού} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Στατική πίεση} \\ \text{την έξοδο (ε)} \\ \text{της αντλίας} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{Στατική πίεση στην ίδια} \\ \text{διατομή (ε) αν δεν υπήρχε η αντλία} \end{array} \right)$$

$$\frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = p_{\text{Στατική πίεση την έξοδο (ε) της αντλίας}} - p_{\text{Στατική πίεση στην ίδια διατομή (ε) αν δεν υπήρχε η αντλία}} \cdot$$

2.6 Ο ρόλος αντλίας ... μια άλλη απλή προσέγγιση

Ας βρούμε σε ποιο ύψος h_1 έπρεπε να είναι το πάνω μέρος μιας δεξαμενής ώστε να μπορεί να φθάσει μέχρι εκεί το νερό... αν δεν υπήρχε η αντλία.

Με μια απλή εφαρμογή του νόμου Bernoulli μεταξύ δύο σημείων της ίδιας ρευματικής γραμμής στο οριζόντιο σωλήνα και στην έξοδο έχουμε

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \text{ ή}$$

$$p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = \rho g(y_2 - y_1) \text{ ή } p_1 - p_2 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = \rho g h_1 \text{ ή } h_1 = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

$$\xrightarrow{\text{S.I}} h_1 = \frac{1,2 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5}{10^3 \cdot 10} + \frac{4^2 - 5^2}{2 \cdot 10} \text{ ή } h_1 = 1,55 \text{ m}.$$

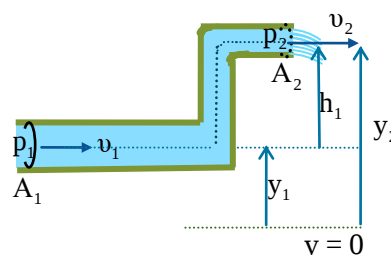
Δηλαδή το νερό μόνο εξαιτίας των υπάρχουσών πιέσεων ανέρχεται σε ύψος $h_1 = 1,55 \text{ m}$ με ταχύτητα $v_2 = 5 \text{ m/s}$.

... Άρα η αντλία ουσιαστικά δρα για να το «πάει» από ύψος $h_1 = 1,55 \text{ m}$ σε ύψος $h = 10,00 \text{ m}$ χωρίς μεταβολή της ταχύτητάς του, δηλαδή το ανεβάζει επιπλέον κατά $\Delta h = 8,45 \text{ m}$ και του αυξάνει την δυναμική ενέργεια ανά μονάδα όγκου κατά

$$\frac{\Delta m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta V} = \rho g \Delta h \xrightarrow{\text{S.I}} \frac{\Delta m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta V} = 10^3 \cdot 10 \cdot 8,45 \text{ ή } \frac{\Delta m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta V} = 0,845 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \dots \text{ άρα}$$

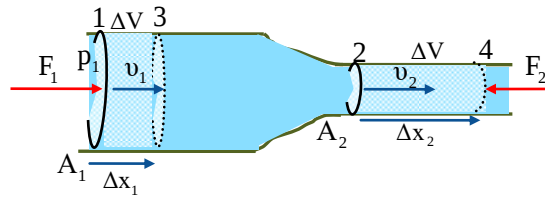
$$\text{η προσφορά ενέργειας από την αντλία ανά μονάδα όγκου ρευστού } \frac{W_{\text{αντλίας}}}{\Delta V} = 0,845 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

...όσο ακριβώς βρήκαμε στη §2.



3. Παράρτημα: Το έργο του περιβάλλοντος υγρού.

Στο σωλήνα του σχήματος για τη χρονική στιγμή t η ποσότητα του ρευστού που είναι μεταξύ των διατομών (1) και (2) δέχεται από το υπόλοιπο (περιβάλλον) υγρό τις δυνάμεις $F_1 = p_1 A_1$ ομόρροπη της ροής και την $F_2 = p_2 A_2$ αντίρροπη



της ροής. Τη χρονική στιγμή $t + \Delta t$ η ανωτέρω ποσότητα νερού έχει μετατοπισθεί και βρίσκεται μεταξύ των διατομών 3 και 4. Για το χρονικό διάστημα Δt το έργο του περιβάλλοντος ρευστού στην ανωτέρω ποσότητα είναι $W_{\text{περιβ}} = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2$ ή

$W_{\text{περιβ}} = p_1 A_1 \Delta x_1 - p_2 A_2 \Delta x_2$ και επειδή η παροχή είναι σταθερή $\Pi = A_1 v_1 = A_2 v_2$ ή

$\Pi = A_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = A_2 \frac{\Delta x_2}{\Delta t}$ ή $A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 = \Delta V$, η ανωτέρω σχέση του έργου γίνεται...

$$W_{\text{περιβ}} = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V \quad \text{ή} \quad W_{\text{περιβ}} = (p_1 - p_2) \Delta V \quad \text{ή} \quad \frac{W_{\text{περιβ}}}{\Delta V} = p_1 - p_2.$$

Συμπέρασμα: Το έργο του περιβάλλοντος υγρού σε μια ποσότητα ρευστού που μετατοπίζεται κατά ΔV ισούται με το γινόμενο της διαφοράς των στατικών πιέσεων στα όρια της ποσότητας επί τον μετατοπιζόμενο όγκο αυτής της ποσότητας ...ή το πηλίκο του έργου του περιβάλλοντος υγρού σε μια ποσότητα ρευστού ανά μονάδα του όγκου μετατόπισης αυτής της ποσότητας ισούται με τη διαφορά των στατικών πιέσεων στα όρια της ποσότητας του ρευστού.