

Ισόχωρη και Ισοβαρής Μεταβολή

Μια πρόταση για Συνθετική Δημιουργική Εργασία

A. Ο προβληματισμός για την Συνθετική Δημιουργική Εργασία

Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο: Στην ισόχωρη μεταβολή των αερίων ο όγκος παραμένει σταθερός ($V=\text{σταθερός}$) και η πίεση p μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία T του αερίου $p=\text{σταθ.}T$.

Η παραπάνω πρόταση διατυπώθηκε το 1770 από τον Γάλλο καθηγητή Φυσικής Φιλοσοφίας στη Σορβόνη Jacques Alexandre César Charles (1746–1823).

Στην ισοβαρή μεταβολή των αερίων η πίεση παραμένει σταθερή ($p=\text{σταθερή}$) και ο όγκος V μεταβάλλεται ανάλογα με την απόλυτη θερμοκρασία T του αερίου $V=\text{σταθ.}T$

Η παραπάνω διατυπώθηκε το 1802 από τον Γάλλο χημικό Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850).

Ερώτηση- Προβληματισμός:

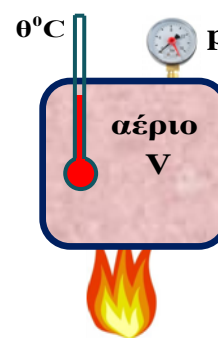
Πως είναι δυνατόν οι ανωτέρω νόμοι που διατυπώθηκαν το 1770 και 1802 αντίστοιχα, να έχουν στις μαθηματικές τους εκφράσεις την απόλυτη θερμοκρασία T , αφού η απόλυτη θερμοκρασία είναι επινόηση του William Thomson γνωστού ως Λόρδου Kelvin που έζησε αργότερα (1824-1907) και πρότεινε την απόλυτη κλίμακα θερμοκρασιών το 1848, δημοσιεύοντας το On an Absolute Thermometric Scale.

B. Το πείραμα - Η γραφική παράσταση - και πρώτη μορφή του νόμου Charles για την ισόχωρη μεταβολή ενός αερίου.

Η μελέτη της ισόχωρης μεταβολής έγινε από τον από τον Γάλλο καθηγητή Φυσικής Φιλοσοφίας στη Σορβόνη Jacques Alexandre César Charles (1746–1823) και με την αρχική της μορφή διατυπώθηκε το 1770.

Η μελέτη ήταν πειραματική με ένα αέριο να θερμαίνεται σε δοχείο με ανένδοτα τοιχώματα και με ένα μανόμετρο να μετριέται η πίεση και ένα θερμόμετρο η αντίστοιχη θερμοκρασία του αερίου. Να σημειωθεί εδώ ότι την εποχή των πειραμάτων από τον Charles η θερμοκρασία μετριούνταν με την κλίμακα Κελσίου αφού η απόλυτη κλίμακα θερμοκρασιών εισήχθη από τον William Thomson γνωστό ως Λόρδου Kelvin που έζησε αργότερα (1824-1907) και πρότεινε την απόλυτη κλίμακα θερμοκρασιών το 1848, δημοσιεύοντας το On an Absolute Thermometric Scale.

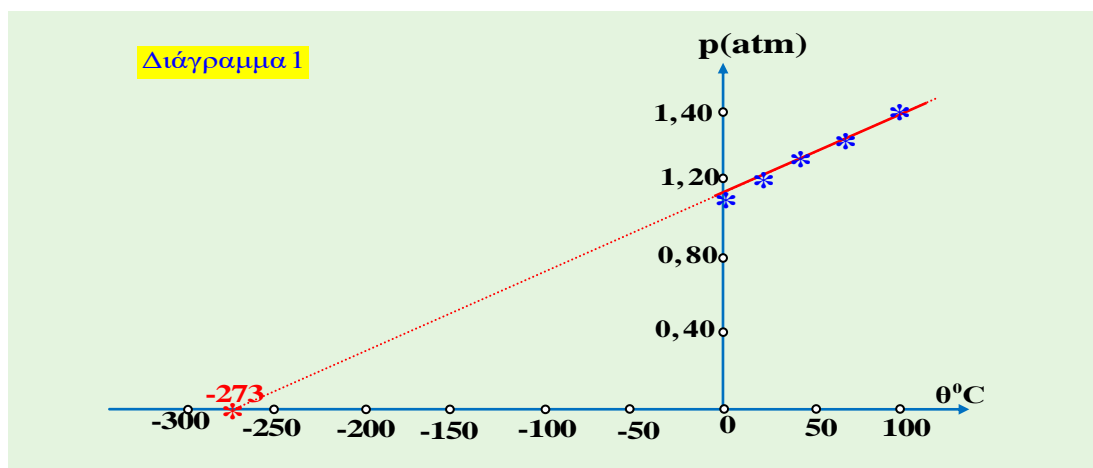
Προφανώς οι πρακτικές θερμοκρασίες στις οποίες θερμαίνονταν το αέριο ήταν πειραματικά επιτεύξιμες κάπου στην περιοχή πάνω από την θερμοκρασία το περιβάλλοντος. Δημιουργούνταν ένας πίνακας τιμών $p - \theta$, όπως αυτός που φαίνεται στον πίνακα και αποδίδεται στο διάγραμμα (1).



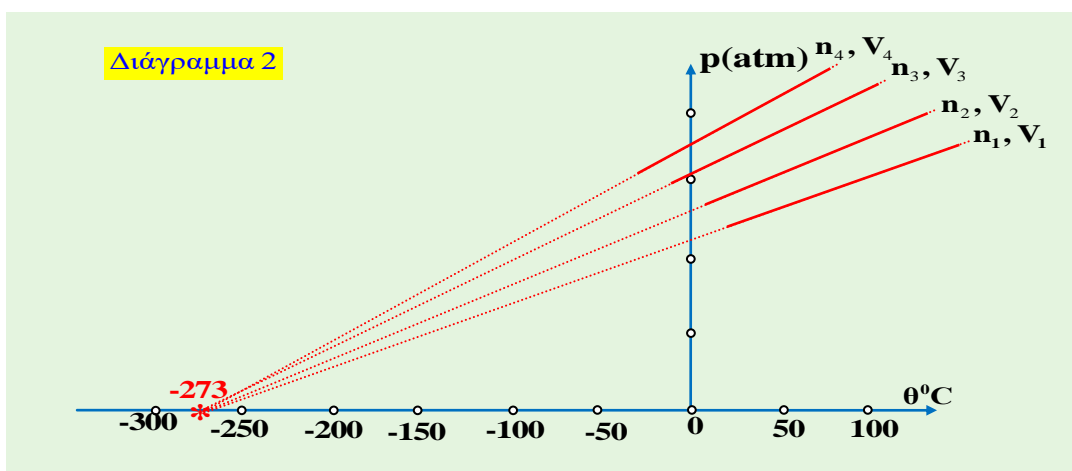
Σχήμα 1

1

$\theta(^{\circ}\text{C})$	0	27	47	67	87	107
$P(\text{atm})$	1,09	1,20	1,28	1,36	1,44	1,52



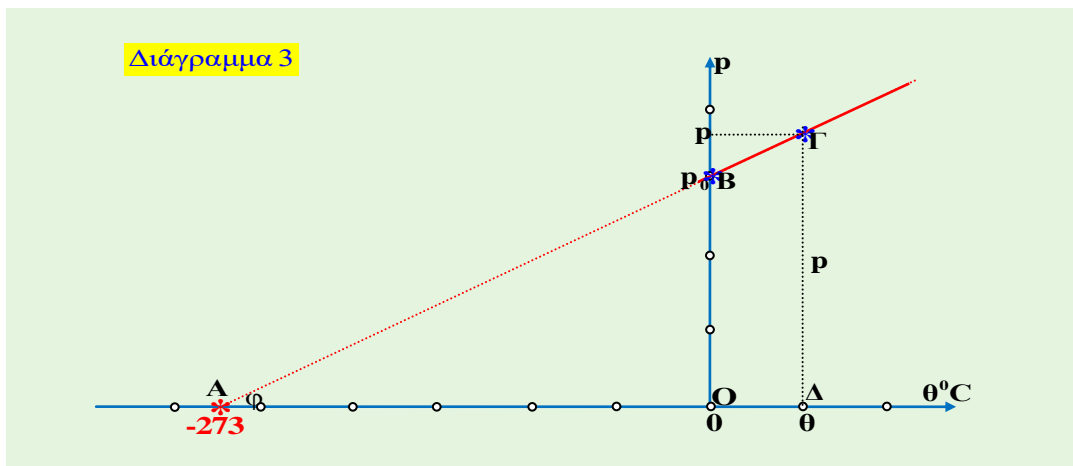
Τέτοιες μετρήσεις και αντίστοιχα διαγράμματα $p - \theta$ έγιναν πάρα πολλά και όλα έδιναν πάντοτε την γραφική παράσταση ευθεία. Η πιο βασική όμως παρατήρηση ήταν ότι, **όποιος και αν ήταν ο όγκος του δοχείου, η ποσότητα και η φύση του αερίου** οι ευθείες ήταν μεν διαφορετικές αλλά αν προεκτείνονταν είχαν το ίδιο σημείο τομής ($p = 0 \text{ atm}, \theta = -273^\circ \text{C}$), όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα 2.



Από εδώ αργότερα έγινε η παρατήρηση ότι δεν μπορεί να έχουν θερμοκρασίες μικρότερες από το μηδέν, γιατί αν υπήρχε κάτι τέτοιο θα είχαμε αρνητικές πιέσεις. Αυτό ήταν και η αρχή δημιουργίας της κλίμακας των απολύτων θερμοκρασιών με το μηδέν ($T=0$) να τίθεται στην πραγματικά χαμηλότερη δυνατή θερμοκρασία ($\theta = -273^\circ \text{C}$) και όχι σε μια αυθαίρετη θερμοκρασία που ήταν για την κλίμακα Κελσίου.

Η πρώτη μορφή της μαθηματικής εξίσωσης που περιέγραφε την ισόχωρη μεταβολή και απέδιδε την γραμμικότητα της πίεσης που περιέγραφε την ισόχωρη μεταβολή και απέδιδε την γραμμικότητα της πίεσης του αερίου και θερμοκρασίας του στην κλίμακα Κελσίου, όπως διατυπώθηκε από τον Charles, στηρίζονταν στα παραπάνω πειραματικά δεδομένα και τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Διάγραμμα 3



Από το διάγραμμα 3 έχουμε $\varepsilon\phi\phi = \frac{OB}{OA} = \frac{\Delta\Gamma}{\Delta A}$ ή $\frac{0 - (-273)}{\theta - (-273)} = \frac{p_0}{p}$ ή $\frac{273}{\theta + 273} = \frac{p_0}{p}$ ή

$$p = p_0 \frac{\theta + 273}{273} \text{ ή } p = p_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right) \quad (1).$$

Η σχέση (1) συνδέει την πίεση p του αερίου με την τυχαία θερμοκρασία θ °C σε βαθμούς Κελσίου, με το p_0 να είναι η πίεση του αερίου στους 0 °C και **αποτελεί την εξίσωση Charles όπως ήταν διατυπωμένη στην αρχική της μορφή**. Στη βιβλιογραφία απαντάται και με την μορφή $p = p_0 (1 + \alpha\theta)$ με $\alpha = \frac{1}{273} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Από την αρχική εξίσωση Charles στην σημερινή της μορφή .

Έστω ένα αέριο σε ισόχωρη μεταβολή με πιέσεις p_1 και p_2 σε θερμοκρασίες θ_1 και θ_2 αντίστοιχα. Γράφοντας την αρχική εξίσωση Charles για τις δυο αυτές καταστάσεις (p_1, θ_1) και (p_2, θ_2) έχουμε $p_1 = p_0 \left(1 + \frac{\theta_1}{273} \right)$ ή $p_1 = p_0 \left(\frac{273 + \theta_1}{273} \right)$ (2) και $p_2 = p_0 \left(1 + \frac{\theta_2}{273} \right)$ ή $p_2 = p_0 \left(\frac{273 + \theta_2}{273} \right)$ (3) .

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη έχουμε $\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_0 \left(\frac{273 + \theta_1}{273} \right)}{p_0 \left(\frac{273 + \theta_2}{273} \right)}$ ή $\frac{p_1}{p_2} = \frac{273 + \theta_1}{273 + \theta_2}$ (4) .

Ναι αλλά οι παραστάσεις $273 + \theta_1$ και $273 + \theta_2$ είναι οι αντίστοιχες απόλυτες θερμοκρασίες του αερίου $T_1 = 273 + \theta_1$ και $T_2 = 273 + \theta_2$ που αντιστοιχούν στις θερμοκρασίες Κελσίου θ_1 και θ_2 . Έτσι η σχέση (4) γράφεται $\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ή $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ ή $\frac{p}{T} = \text{σταθ.}$ που αποτελεί την εξίσωση Charles με την σημερινή της μορφή.

Γ. Το πείραμα - Η γραφική παράσταση - και πρώτη μορφή του νόμου Gay-Lussac για την ισοβαρή μεταβολή ενός αερίου.

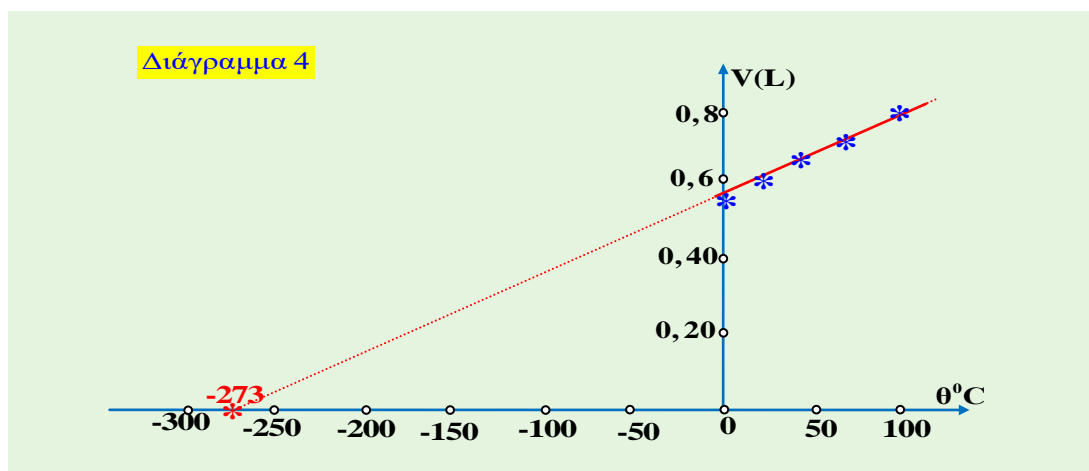
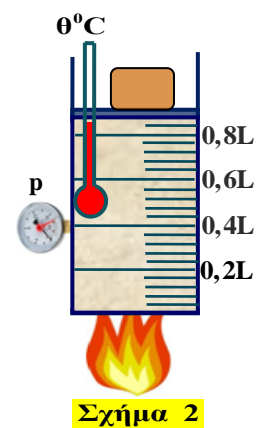
Η μελέτη της ισοβαρούς μεταβολής έγινε από τον από τον Γάλλο καθηγητή Φυσικής Φιλοσοφίας στη Σορβόνη Jacques Alexandre César Charles (1746 –1823) και με την αρχική να διατυπώθηκε το 1802.

Πειραματική επίτευξη της ισοβαρούς μεταβολής.

Η ισοβαρής μεταβολή επιτυγχάνεται με την πειραματική διάταξη του σχήματος. Το αέριο βρίσκεται μέσα σε ένα ογκομετρικό δοχείο με θερμικώς αγωγή τοιχώματα που κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο. Θερμαίνουμε (ή ψύχουμε) το δοχείο με πολύ αργό ρυθμό. Πάνω στο έμβολο υπάρχουν βάρη ώστε η όποια μεταβολή στον όγκο να γίνεται πολύ - πολύ αργά και το έμβολο να κινείται με μικρή (σχεδόν μηδενική) σταθερή ταχύτητα.

Η μελέτη ήταν πειραματική με τον όγκο του αερίου να φαίνεται εύκολα αφού το δοχείο είναι ογκομετρικό, με ένα μανόμετρο να μετριέται η πίεση και ένα θερμόμετρο η αντίστοιχη θερμοκρασία του αερίου. Την εποχή των πειραμάτων από τον Gay-Lussac η θερμοκρασία μετριούνταν με την κλίμακα Κελσίου αφού όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η απόλυτη θερμοκρασία εισήχθη αρκετά αργότερα.

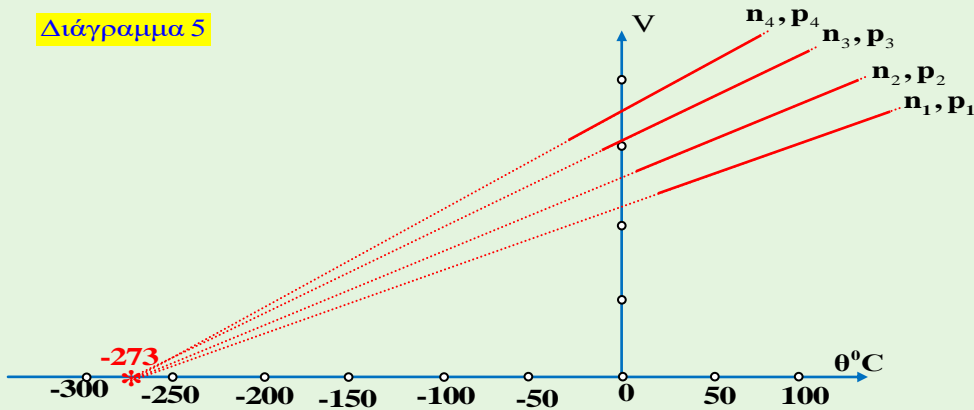
Δημιουργούνταν ένας πίνακας τιμών $V-\theta$ και δημιουργούνταν το αντίστοιχο διάγραμμα $V-\theta$ όπως το (4).



Τέτοιες μετρήσεις και αντίστοιχα διαγράμματα $V-\theta$ έγιναν πάρα πολλά και όλα έδιναν πάντοτε την γραφική παράσταση ευθεία. Η πιο βασική όμως παρατήρηση ήταν ότι, όποια και αν ήταν η πίεση p του αερίου στην οποία γίνονταν το πείραμα, η ποσότητα και η φύση του αερίου, οι ευθείες ήταν μεν διαφορετικές αλλά αν προεκτείνονταν είχαν το ίδιο σημείο τομής ($V = 0L, \theta = -273^{\circ}C$), όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα 5 της επόμενης σελίδας.

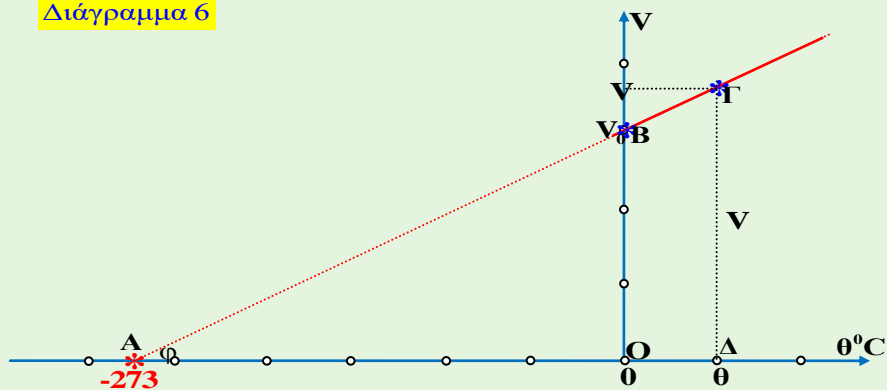
Από εδώ αργότερα έγινε η παρατήρηση ότι δεν μπορεί να έχουμε θερμοκρασίες μικρότερες από το μηδέν, γιατί αν υπήρχε κάτι τέτοιο θα είχαμε αρνητικό όγκο!! Από εδώ φαίνεται ότι η χαμηλότερη δυνατή θερμοκρασία στην φύση είναι η $\theta = -273^{\circ}C$...και γι' αυτό στην κλίμακα των απολύτων θερμοκρασιών τέθηκε ως το μηδέν της κλίμακας.

Διάγραμμα 5



Η πρώτη μορφή της μαθηματικής εξίσωσης που περιέγραφε την ισοβαρή μεταβολή και απέδιδε την γραμμικότητα του όγκου και θερμοκρασίας του στην κλίμακα Κελσίου, όπως διατυπώθηκε από τον Gay-Lussac στηρίζονταν στα παραπάνω πειραματικά δεδομένα και τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Διάγραμμα 6



Από το διάγραμμα 6 έχουμε εφφ = $\frac{OB}{OA} = \frac{\Delta\Gamma}{\Delta A}$ ή $\frac{0 - (-273)}{\theta - (-273)} = \frac{V_0}{V}$ ή $\frac{273}{\theta + 273} = \frac{V_0}{V}$ ή

$$V = V_0 \frac{\theta + 273}{273} \quad \text{ή} \quad V = V_0 \left(1 + \frac{\theta}{273} \right) \quad (5).$$

Η σχέση (5) συνδέει την πίεση V του αερίου με την τυχαία θερμοκρασία θ °C σε βαθμούς Κελσίου με το V_0 να είναι ο όγκος του αερίου στους 0 °C και **αποτελεί την εξίσωση Gay-Lussac όπως ήταν διατυπωμένη στην αρχική της μορφή**. Στη βιβλιογραφία απαντάται και με την μορφή $V = V_0 (1 + \alpha\theta)$ με $\alpha = \frac{1}{273} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

5

Από την αρχική εξίσωση Charles στην σημερινή της μορφή .

Έστω ένα αέριο σε ισοβαρή μεταβολή με όγκους V_1 και V_2 σε θερμοκρασίες θ_1 και θ_2

αντίστοιχα. Γράφοντας την αρχική εξίσωση Gay- Lussac για τις δυο αυτές καταστάσεις (V_1, θ_1) και (V_2, θ_2) έχουμε $V_1 = V_0 \left(1 + \frac{\theta_1}{273}\right)$ ή $V_1 = V_0 \left(\frac{273 + \theta_1}{273}\right)$ (6) και

$$V_2 = V_0 \left(1 + \frac{\theta_2}{273}\right) \text{ ή } V_2 = V_0 \left(\frac{273 + \theta_2}{273}\right) \text{ (7).}$$

Διαιρώντας τις (6) και (7) κατά μέλη έχουμε $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_0 \left(\frac{273 + \theta_1}{273}\right)}{V_0 \left(\frac{273 + \theta_2}{273}\right)}$ ή $\frac{V_1}{V_2} = \frac{273 + \theta_1}{273 + \theta_2}$ (8).

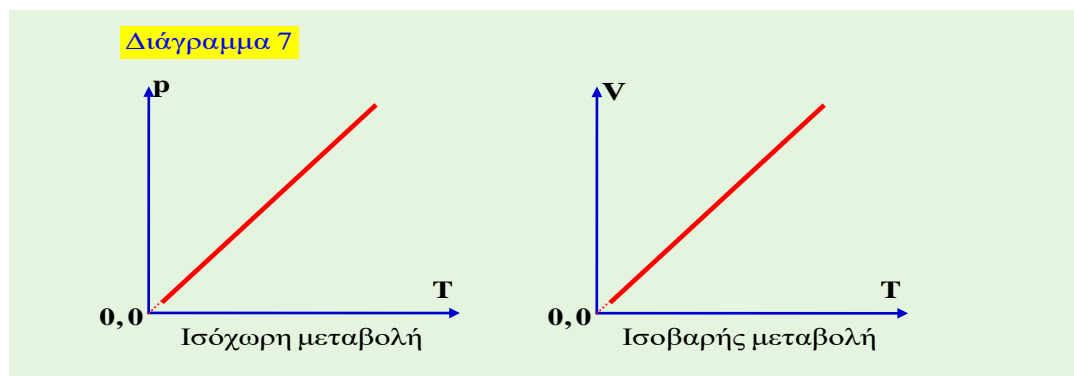
Ναι αλλά οι παραστάσεις $273 + \theta_1$ και $273 + \theta_2$ είναι οι αντίστοιχες απόλυτες θερμοκρασίες του αερίου $T_1 = 273 + \theta_1$ και $T_2 = 273 + \theta_2$ που αντιστοιχούν στις θερμοκρασίες Κελσίου θ_1 και θ_2 . Έτσι η σχέση (8) γράφεται $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ή $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ ή $\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$ που αποτελεί την εξίσωση Gay-Lussac με την σημερινή της μορφή.

Σχόλιο - παρατήρηση:

Οι αρχικές εξισώσεις Charles $p = p_0(1 + \alpha\theta)$ και Gay- Lussac $V = V_0(1 + \alpha\theta)$ δείχνουν **γραμμικότητα** πίεσης – θερμοκρασίας και όγκου- θερμοκρασίας και **όχι αναλογία**.

Δηλαδή οι γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες, αλλά τα αντίστοιχα μεγέθη δεν είναι ανάλογα, αν διπλασιασθεί η θερμοκρασία σε $^{\circ}\text{C}$ δεν σημαίνει και αντίστοιχο διπλασιασμό σε πίεση ή όγκο.

Αντιθέτως οι εξισώσεις Charles $p = \text{σταθ} \cdot T$ και Gay- Lussac $V = \text{σταθ} \cdot T$ δείχνουν αναλογία πίεσης και απόλυτου θερμοκρασίας ή όγκου και απόλυτου θερμοκρασίας.



Οι γραφικές παραστάσεις των εξισώσεων Charles $p = \text{σταθ} \cdot T$ και Gay- Lussac $V = \text{σταθ} \cdot T$ διέρχονται από την αρχή $(0,0)$ των αξόνων αλλά δεν φθάνουν ακριβώς στην αρχή διότι:

- ✚ το απόλυτο μηδέν δεν επιτυγχάνεται πειραματικά,
- ✚ ακόμη και αν επιτυγχάνονταν (το απόλυτο μηδέν) τα αέρια θα υγροποιούνταν ,
όποτε δεν έχει νόημα να μιλάμε για νόμους αερίων ,
- ✚ οι ανωτέρω νόμοι είναι της κλασσικής φυσικής ενώ σήμερα το απόλυτο μηδέν θέμα μελέτης της κβαντομηχανικής.