

## 4<sup>η</sup> Διαγωνίστρια προομοίωσης φυσικής Γ' Λυκείου Θετικού προβατατολίδου.

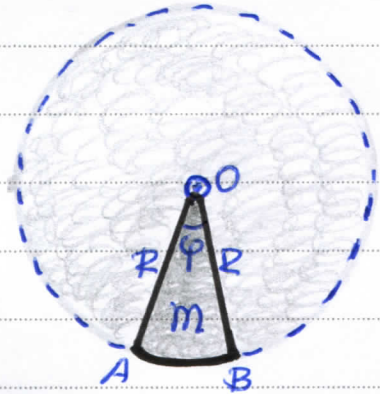
### Απαντήσεις

#### Θέμα Α.

1-δ, 2-δ, 3-δ, 4-β, 5(α-λ, β-ε, δ-ε, ε-ε)

#### Θέμα Β.

Β.1 Θεωρούμε ομογενή δίσκο  
μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$   
και έναν κυκλικό τομέα  $OAB$   
αυτού του δίσκου μάζας  $m$   
και γωνίας  $\varphi$ .



Ο δίσκος αφοτερείται από

κάποιους  $N$  όμοιων κυκλικών

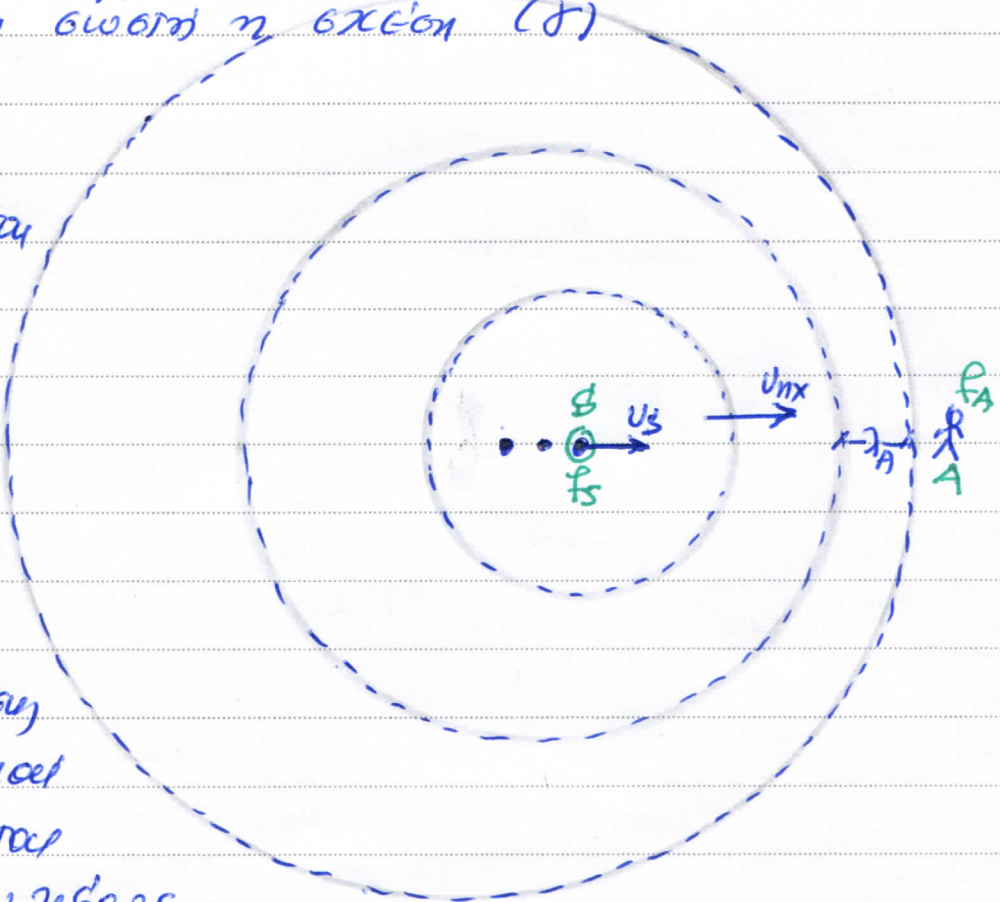
τομέων γ.ε.  $I_{\text{δίσκου}} = N \cdot I_{\text{τομέα}} \Rightarrow I_{\text{τομέα}} = \frac{I_{\text{δίσκου}}}{N}$

$$\Rightarrow I_{\text{τομέα}} = \frac{\frac{1}{2} M R^2}{N} = \frac{1}{2} \frac{M}{N} R^2 = \frac{1}{2} m R^2 \Rightarrow I_{\text{τομέα}} = \frac{1}{2} m R^2.$$

Άρα σωστή η σχέση (δ)

#### Β.2

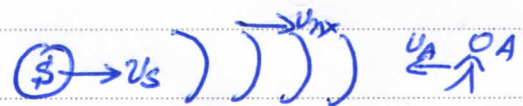
Όταν η πηγή κινείται  
με ταχύτητα  $v_s$   
(ανεξαρτησία  $c$   
και η παρατη-  
ρητής) και  
μετακινείται  
προς τον ήχο  
στη φορά κίνησης  
της πηγής) και  
αφωστεύονται  
από το ήχο γέρως  
της πηγής



Τώρα επειδή ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται μικρότερο μήκος κύματος η πηγή πλησιάζει προς τον παρατηρητή.

$$\lambda_A = \lambda - v_s T \Rightarrow 0,8\lambda = \frac{v_{\text{ηχ}}}{f_s} - \frac{v_s}{f_s} \quad \text{ή} \quad 0,8\lambda = \frac{v_{\text{ηχ}} - v}{f_s} \quad (1)$$

Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται ταχύτητα διάδοσης του ήχου  $\vec{v}_{\text{ηχ}/A} = \vec{v}_{\text{ηχ}} - \vec{v}_A \dots$  και επειδή  $v_{\text{ηχ}/A} = 1,1v_{\text{ηχ}} > v_{\text{ηχ}} \dots$  ο παρατηρητής κινείται αντίθετα με τη φορά διάδοσης του ήχου  $\dots$  δηλαδή κινείται προς την πηγή  $\vec{v}_{\text{ηχ}/A} = \vec{v}_{\text{ηχ}} - \vec{v}_A \Rightarrow v_{\text{ηχ}/A} = v_{\text{ηχ}} + v_A = 1,1v_{\text{ηχ}} \quad (2)$



α. λάθος  $\dots$  [πηγή και παρατηρητής πλησιάζουν  $\dots$  με αντίμετρικές ταχύτητες]

$$\text{β.} \quad v_{\text{ηχ}/A} = \lambda_A f_A \Rightarrow f_A = \frac{v_{\text{ηχ}/A}}{\lambda_A} = \frac{1,1v_{\text{ηχ}}}{0,8\lambda} = \frac{11}{8} \frac{v_{\text{ηχ}}}{\lambda} = \frac{11}{8} f_s = 1,375 f_s$$

$$\pi\% = \frac{\Delta f}{f_s} 100\% = \frac{1,375 f_s - f_s}{f_s} 100\% \Rightarrow \pi\% = 37,5\%$$

όρα β. λάθος

$$\gamma. \quad N_A = N_s \Rightarrow f_A \Delta t_A = f_s \Delta t_s \Rightarrow 1,375 f_s \Delta t_A = f_s \cdot 5,5$$

$$\Rightarrow \Delta t_A = 4,0 \text{ s}$$

Άρα γ. σωστό

α. λάθος, β. λάθος γ. σωστό



B-3.

Αρχικά συσφώνεται το ελατήριο με το βόμβα... οπότε διατήρηση ορμής

$$Mv_0 = 2Mv_1 \Rightarrow v_1 = \frac{v_0}{2}$$

Αφ'όπου μετά την κρούση το

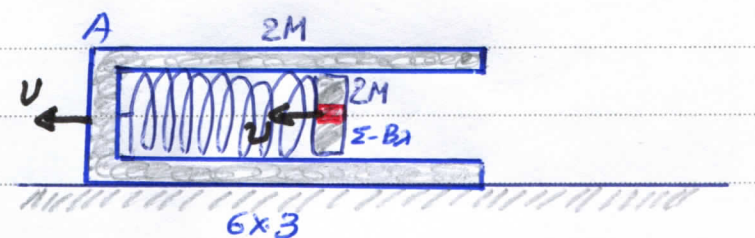
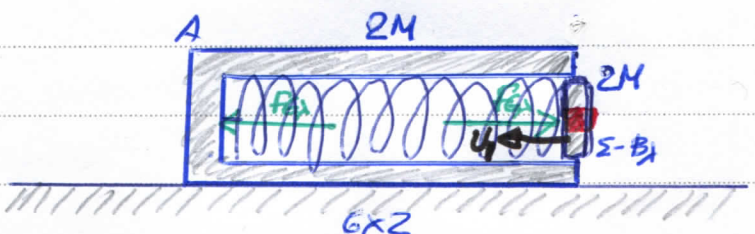
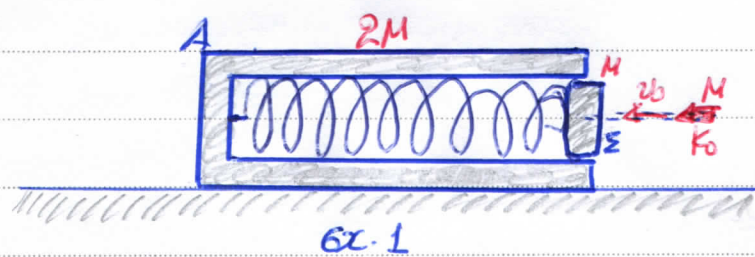
ελατήριο συσφώνεται και δίνει δύναμη  $F_{el}$  στο κοίλο βόμβα (A) και στο συσφώνητρο (Σ-Β1) δώση φαίνεται στο σχήμα (2). Έτσι το κοίλο

βόμβα (A) επιταχύνεται από μηδενική ταχύτητα, ενώ το συσφώνητρο (Σ-Β1) επιβρα-

δύνεται από την ταχύτητα  $v_1$ . Μέχρι να γίνουν ίσες οι ταχύτητες αυτές (στ.3) το (Σ-Β1) κινείται πιο γρήγορα από το A και προφανώς το ελατήριο συσφώνεται και έχει την μέγιστη παραμόρφωση όταν έχουν κοινή ταχύτητα  $v$ .

Από την κατάσταση τη στιγμή (2) έχουμε από το σχ. 3

$$\text{έχουμε διατήρηση ορμής} \dots 2Mv_1 = 4Mv \Rightarrow v = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v = \frac{v_0}{4}$$



Από την κατάσταση (2) [μετά την κρούση] μέχρι την κατάσταση (3) έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας.

$$E_{\text{μηχ, ελατήριο}}(2) = E_{\text{μηχ, ελατήριο}}(3) \Rightarrow$$

$$U_{\text{ελατ}}^{\text{max}} + K_{\text{κιν}}^{(3)} = K_{\text{κιν}}^{(2)} \Rightarrow U_{\text{ελατ}}^{\text{max}} + \frac{1}{2} 4Mv^2 = \frac{1}{2} 2Mv_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{\text{ελατ}}^{\text{max}} + \frac{1}{2} 4M \left( \frac{v_0}{4} \right)^2 = \frac{1}{2} 2M \left( \frac{v_0}{2} \right)^2 \Rightarrow U_{\text{ελατ}}^{\text{max}} + \frac{1}{8} Mv_0^2 = \frac{1}{4} Mv_0^2$$

$$\Rightarrow U_{\text{ελατ}}^{\text{max}} = \frac{1}{8} Mv_0^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} Mv_0^2 = \frac{1}{4} k_0 = 0,25k_0 \Rightarrow U_{\text{ελατ}}^{\text{max}} = 0,25k_0$$

Άρα έχουμε η σχέση (α)



## Θέμα Γ!

Στο βήμα 1) η άρχη

$O(x=0)$  είναι στη θέση

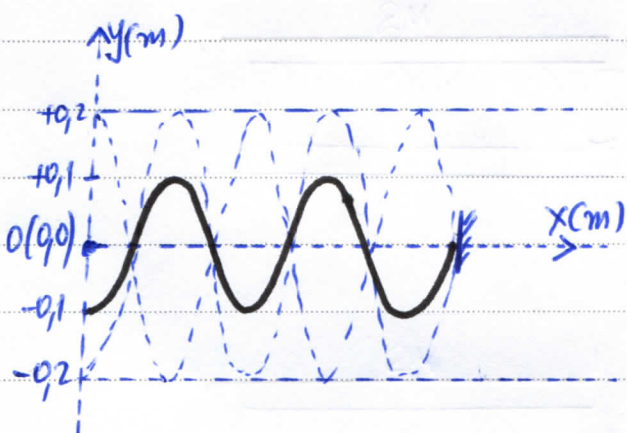
$y = -0,1\text{m}$  για 2<sup>η</sup> φορά  
που διαφέρει  $\Delta x = 0,2\text{m}$

και την  $t_2 = \frac{12}{60}\text{s}$

είναι στη θέση  $y = 0$ .

Ουδισμένη και η  $t_2 = \frac{12}{60}\text{s}$  είναι η περίοδος  $\dots T = \frac{12}{60}\text{s} = 0,2\text{s}$

$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi\text{rad/s}$  και  $f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = 5\text{Hz}$



Από την εξίσωση των σταθίμων κυμάτων - για την άρχη

$O(x=0)$  - έχουμε:  $y(x,t) = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \sin(\omega t) \xrightarrow{x=0}$

$$\rightarrow y_0(t) = 2A \sin(\omega t) \xrightarrow[y_0 = -0,1]{t=t_2} -0,1 = 2A \sin\left(10\pi \frac{12}{60}\right) \Rightarrow$$

$$-0,1 = 2A \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow 0,1 = 2A \frac{1}{2} \Rightarrow A = 0,1\text{m} \Rightarrow A_f = 2A = 0,2\text{m}$$

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = v/f \Rightarrow \lambda = \frac{2\text{m/s}}{5\text{Hz}} \Rightarrow \lambda = 0,4\text{m}$$

Γ.1) Μήκος χορδής  $L = \frac{5\lambda}{4} \Rightarrow \underline{\underline{L = 0,5\text{m}}}$

Γ.2) Εξίσωση σταθίμων κυμάτων  $y_0(x,t) = 0,2 \cos(\sin x) \sin(10\pi t)$

Για το σημείο Γ με  $x_f = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$  έχουμε

$$y_f(t) = 0,2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{\pi}{3}\right) \sin(10\pi t) \Rightarrow \underline{\underline{y_f(t) = -0,1 \sin(10\pi t) \text{ (SI)}}}$$

Γ.3) προσοχή... ειδικό θέμα...

Η ενέργεια ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής με

μάζα  $m_i$ , συντεταγμένη ηρεμίας  $x_i$  και εξίσωση

από κρούσης  $y_i(t) = 2A \cos\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \sin(\omega t) = A_i \sin(\omega t)$

είναι  $\dots$



$$E_i = \frac{1}{2} D A_i^2 = \frac{1}{2} m_i \omega^2 \left[ 2A \sin\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \right]^2 = \frac{1}{2} m_i \omega^2 4A^2 \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right)$$

... και η εγέρση ταλαντώσεως όλης της χορδής είναι

$$E = \sum_{i=1}^N E_i = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{2} m_i \omega^2 4A^2 \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \right] \Rightarrow E = 2A^2 \omega^2 \sum_{i=1}^N \left[ m_i \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \right] \quad (1)$$

Η δυναμική ενέργεια ταλαντώσεως των ίδιων σημείων της χορδής είναι

$$U_i = \frac{1}{2} D y_i^2 = \frac{1}{2} m_i \omega^2 \left[ 2A \sin\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \sin(\omega t) \right]^2 \text{ και η δυναμική ενέργεια ταλαντώσεως όλης της χορδής είναι}$$

$$U = \sum_{i=1}^N U_i = \dots = 2A^2 \omega^2 \sum_{i=1}^N m_i \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \sin^2(\omega t) \quad \begin{matrix} \omega = 10\pi \\ t = 11/60 \text{ s} \end{matrix}$$

$$U = 2A^2 \omega^2 \sum_{i=1}^N m_i \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \sin^2\left(10\pi \frac{11}{60}\right)$$

$$\Rightarrow U = 2A^2 \omega^2 \sum_{i=1}^N m_i \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow U = \frac{1}{4} 2A^2 \omega^2 \sum_{i=1}^N m_i \sin^2\left(\frac{2\pi x_i}{\lambda}\right) \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \frac{U}{E} = \frac{1}{4} \Rightarrow U = \frac{E}{4} = U = \frac{5J}{4} \Rightarrow \underline{U = 1,25 J}$$

$$K + U = E \Rightarrow \underline{K = 3,75 J}$$

Γ.4) Για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στο τμήμα  $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$  πρέπει στο 0 να υπάρχει δευτερεύοντα όριο και στο  $\frac{L}{3}$  να υπάρχει δευτερεύοντα όριο.  $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$  και κοιλία στο 0 και δευτερεύοντα όριο στο  $\frac{L}{3}$  πρέπει να έχουμε  $0 \leq x \leq \frac{L}{3}$  και κοιλία στο 0 και δευτερεύοντα όριο στο  $\frac{L}{3}$   $\Rightarrow \frac{L}{3} = (2k+1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \frac{L}{3} = (2k+1) \frac{3U}{4L} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{L}{3} = (2k+1) \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 0,9} \Rightarrow \frac{L}{3} = (2k+1) \frac{6}{3,6} \Rightarrow \frac{L}{3} = (2k+1) \frac{60}{36} \Rightarrow$$



$f = (2k+1) \frac{5}{3} \text{ Hz}$  ... δηλαδή έχουμε στάσιμα για όλα τα  
αυξάνοντα περιπτώσεις πολλαπλασιασμού του  $\frac{5}{3}$  ... δηλαδή

$$\underline{f_0 = 1 \cdot \frac{5}{3} \text{ Hz}}, \quad \underline{f_1 = 3 \cdot \frac{5}{3} = 5 \text{ Hz}}, \quad f_2 = 5 \cdot \frac{5}{3} \text{ Hz}, \quad f_3 = 7 \cdot \frac{5}{3} \text{ Hz}, \quad f_4 = 9 \cdot \frac{5}{3} = 15 \text{ Hz}$$

Για να δηλωρηθεί στάσιμο κύμα στο ΔΒ πρέπει

$$\Delta B = N \frac{\lambda}{2} = N \frac{v}{2f} \Rightarrow \frac{2L}{3} = N \frac{v}{2f} \Rightarrow f = N \frac{3v}{4L}$$

$$\Rightarrow f = N \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 0,9} = N \frac{6}{3,6} \Rightarrow f = N \frac{60}{36} \Rightarrow f = N \cdot \frac{5}{3} \quad N \in \mathbb{Z}^+$$

Δηλαδή έχουμε στάσιμα κύματα για όλα τα  
αυξάνοντα πολλαπλασιασμού του  $\frac{5}{3}$  ... δηλαδή

$$\underline{f_0 = \frac{5}{3} \text{ Hz}}, \quad f_1 = 2 \cdot \frac{5}{3} \text{ Hz}, \quad \underline{f_3 = 3 \cdot \frac{5}{3} = 5 \text{ Hz}}, \quad f_4 = 4 \cdot \frac{5}{3} \text{ Hz}$$

$$f_5 = 5 \cdot \frac{5}{3} \text{ Hz}, \quad f_6 = 6 \cdot \frac{5}{3} = 10 \text{ Hz}$$

Οι δύο πρώτες κοινές συχνότητες είναι

$$f = \frac{5}{3} \text{ Hz} \quad \text{και} \quad f = 5 \text{ Hz}$$

$$\text{Για } f = 5 \text{ Hz}$$

$$\text{Σημείο } \Delta \quad 2k+1=3 \Rightarrow 2k=2 \Rightarrow k=1 \dots \text{2 δεξιοί, 2 κοιλίες}$$

$$\text{Σημείο } \Delta B \quad N=3 \Rightarrow 3 \text{ άκρα,} \dots \text{4 δεξιοί, 3 κοιλίες}$$

$$\text{συνολικά } 2+4 = \dots 5 \text{ δεξιοί (ο ένας στο } \Delta \text{ είναι κοινός)}$$

$$2+3 = 5 \text{ κοιλίες}$$

# Θέμα Δ!

Δ-1)

$$v_{\text{έντρος}} = v_{\text{μήκος}} = \omega R$$

$$\Rightarrow v_s = \omega R \Rightarrow \alpha_s = R \alpha_{\text{γων}}$$

$$v_{\text{ακτίνα}} = v_{\text{μήκος}} = \omega r$$

$$\Rightarrow v = \omega r \Rightarrow \alpha = r \alpha_{\text{γων}}$$

Από τις σχέσεις αυτές

$$\text{Έχουμε } v_s = 2v \text{ και } \alpha_s = 2\alpha$$

$$\text{Σώμα: } \sum F_y = m \alpha_s \Rightarrow mg - F = m \alpha_s \quad (1)$$

$$\text{Τροχήλα: } \sum \tau = I \alpha_{\text{γων}} \Rightarrow FR - F'r - |c_H| = I \frac{\alpha_s}{R} \Rightarrow F - F' \frac{r}{R} - \frac{|c_H|}{R} = \frac{I}{R^2} \alpha_s$$

$$\Rightarrow F - 0,5F' - 10/|c_H| = \frac{I}{R^2} \alpha_s \quad (2)$$

$$\text{Σανίδα: } \sum F_x = M \alpha \Rightarrow F' - T = M \frac{dv}{dt} \Rightarrow F' - nA \frac{v}{l} = 0,5M \alpha_s \quad (3)$$

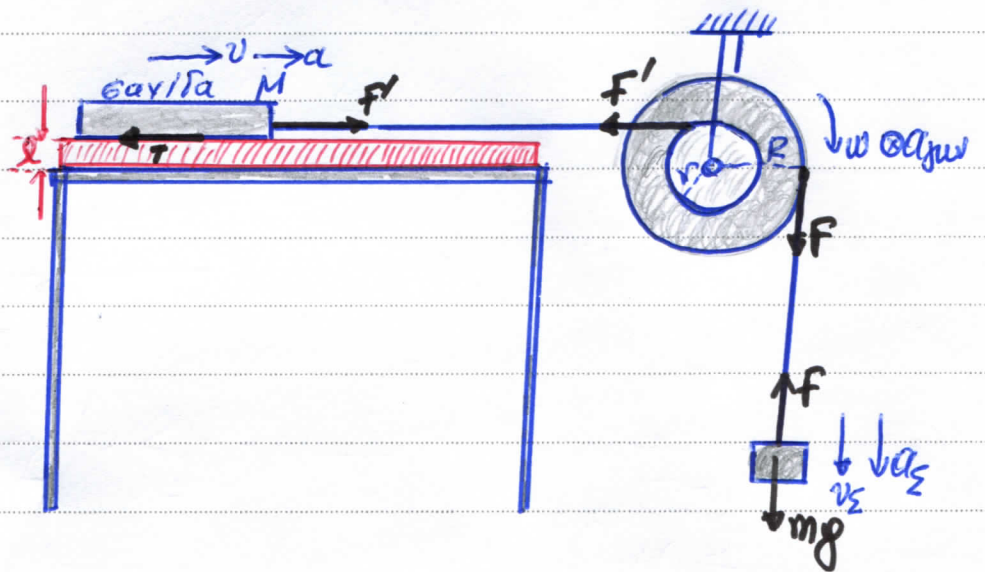
$$\left. \begin{array}{l} (1) \Rightarrow mg - F = m \alpha_s \\ (2) \Rightarrow F - 0,5F' - 10/|c_H| = \frac{I}{R^2} \alpha_s \\ (3) \times 0,5 \Rightarrow 0,5F' - 0,5nA \frac{v}{l} = 0,25M \alpha_s \end{array} \right\} (+) \Rightarrow mg - 0,5nA \frac{v}{l} - 10/|c_H| = \left[ m + \frac{I}{R^2} + 0,25M \right] \alpha_s$$

$$\stackrel{SF}{\Rightarrow} 1 \cdot 10 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,1 \frac{v}{8 \cdot 10^3} - 10 \cdot 0,5 = (1 + 1 + 2) \alpha_s \Rightarrow 5 - 5v = 4 \alpha_s$$

$$\Rightarrow \alpha_s = \frac{5(1-v)}{4} \text{ (SE)}. \quad (4). \quad \dots \text{ Για } \dot{\alpha}_s \text{ να υπάρχει } \alpha_s$$

ή να μην γίνει 0 η ταχύτητα  $v$  των σανίδας αφορμέντες.  
Όταν  $\alpha_s = 0 \Rightarrow v = 6 \text{ m/s} = v_0 = \text{οριακή ταχύτητα}$   
σανίδας

[... σχόλιο: και γιατί να μην γίνει  $\alpha < 0$  ;  
για να γίνει αυτό πρέπει να ξεπεράσει και





άλλο η ταχύτητα ... αλλιώς αυτό είναι άτομο ...  
 δεν μπορεί να έχει επιταχυνόμενη κίνηση και  
 αυξήσει τη ταχύτητα ...]

$$(4) \xrightarrow{\alpha=0} \underset{\text{γωνία}}{v_{oe} = 1 \text{ m/s}} \quad [ \text{και } v_{\text{ωροσ}} = 2 \text{ m/s} ]$$

$$\Delta-2) \text{ Όταν } v_s = 1,2 v_{oe} = 1,2 \cdot 1 \text{ m/s} = 1,2 \text{ m/s} \Rightarrow v = 0,6 \text{ m/s} \text{ και } \theta \text{ πρὸς}$$

$$\text{Την (4) έχουμε } a_s = \frac{5(1-0,6)}{4} (\text{SI}) \Rightarrow a_s = 0,5 \text{ m/s}^2$$

$$T = \eta A \frac{v}{\ell} = 0,8 \cdot 0,1 \cdot \frac{0,6}{8 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow T = 6 \text{ N}$$

$$(1) \text{ μη} - F = m a_s \Rightarrow 1 \cdot 10 - F = 1 \cdot 0,5 \Rightarrow F = 9,5 \text{ N}$$

$$(2) F - 0,5 F' - 10 |\epsilon_1| = \frac{T}{r} a_s \Rightarrow 9,5 - 0,5 F' - 10 \cdot 0,5 = 1 \cdot 0,5 \Rightarrow F' = 8 \text{ N}$$

Στη γωνίδα προβλέπεται να έχουμε μέγιστο έργο της  $F'$

$$P_{F'} = \frac{dE_{\text{πρω}}}{dt} = \frac{dW_{F'}}{dt} = \frac{F' dx}{dt} = F' v = 8 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m/s} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{dE_{\text{πρω}}}{dt} = 4,8 \text{ J/s}}}$$

$$\Delta-3) \frac{dE_{\text{αμω}}}{dt} = \frac{|dW_{\text{ταρσων, τροχ}}|}{dt} + \frac{|dW_{\text{γωνία}}|}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{dE_{\text{αμω}}}{dt} = \frac{k r \frac{d\varphi}{dt}}{dt} + \frac{T dx}{dt} = |\epsilon_1| \omega + T v = |\epsilon_1| \frac{v}{r} + T v$$

$$\Rightarrow \frac{dE_{\text{αμω}}}{dt} = 0,5 \frac{0,6}{0,05} + 6 \cdot 0,6 = 6,0 + 3,6 \Rightarrow \underline{\underline{\frac{dE_{\text{αμω}}}{dt} = 9,6 \text{ J/s}}}$$

$$\Delta-4) \left. \begin{aligned} dK_{\text{τροχωνίες}} &= \Sigma \tau \cdot d\varphi \\ dL_{\text{μικροσφαιρών}} &= ds = r d\varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dK_{\text{τε}}}{dL_{\text{μικροσφαιρών}}} = \frac{\Sigma \tau}{r} = \frac{FR - F'r - k_H}{r} = 1$$



$$\frac{d k_{\text{Toox}}}{d l_{\text{rytke}}^{\text{Tox}}} = F \frac{R}{r} - F' \frac{l_{\text{CH}}}{r} = 9,5 \cdot 2 - 8 - \frac{9,5}{0,05} = 19 - 8 - 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{d k_{\text{Toox}}}{d l_{\text{rytke}}^{\text{Tox}}} = 1 \frac{\text{I}}{\text{m}}}}$$