

## 1<sup>η</sup> Διαγωνίστρια προπονοίωδης - απαντήσεις.

Θέμα Α.

1-δ, 2-δ, 3-δ, 4-β, 5(α-1, β-1, γ-ε, δ-1, ε-ε).

Θέμα Β.

B.1

$$\left. \begin{array}{l} 1^{\text{η}} \text{ταλάντωση: } mg = k_1 \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{mg}{k_1} = A_1 \\ 2^{\text{η}} \text{ταλάντωση: } mg = k_2 \Delta l_2 \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{mg}{k_2} = A_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{k_2}{k_1} \quad (1)$$

$$\Delta t = 3T_1 = 4T_2 \Rightarrow 3 \frac{2\pi}{\omega_1} = 4 \frac{2\pi}{\omega_2} \Rightarrow 3\omega_2 = 4\omega_1 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} k_1 A_1^2}{\frac{1}{2} k_2 A_2^2} = \frac{k_1}{k_2} \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \xrightarrow{(1)} \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{m\omega_2^2}{m\omega_1^2} = \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \xrightarrow{(2)} \frac{E_1}{E_2} = \frac{16}{9}$$

Άρα βωβή η βχέση (δ).

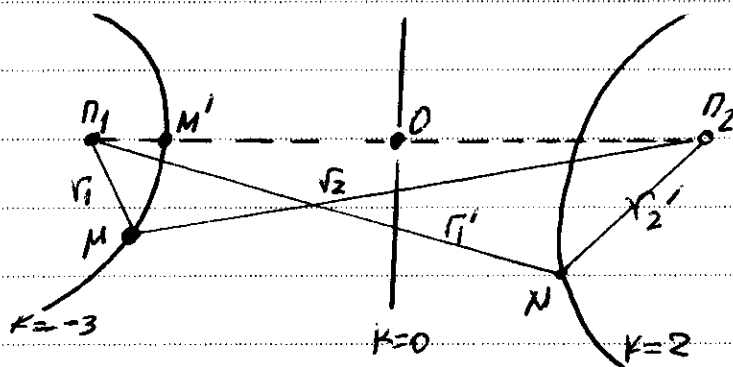
B.2

Ο χρόνος  $\Delta t = 3T$  είναι

το χρονικό γεωδιάστημα

άφίξης των κυμάτων

στο Μ...



$$t_2 - t_1 = 3T \Rightarrow \frac{r_2}{v} - \frac{r_1}{v} = 3T \Rightarrow r_2 - r_1 = 3vT \Rightarrow r_2 - r_1 = 3\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = -3\lambda$$

...το Μ είναι στην  $k=-3$  υπερβολή ενίσχυσης ... τείν πείν 2ην γεωκάθετο

$$\text{Για το Ν: } \Delta\varphi = 2\pi \frac{r_1' - r_2'}{\lambda} = 4\pi \Rightarrow r_1' - r_2' = 2\lambda \dots \text{το Ν είναι στην } k=2$$

υπερβολή εξίςχυσης ... δεύτερη γεωτίν γεωκάθετο.

Οι αποβέβες γετίν ίδια τάση είναι γετίν (...πιο βέβ...)

από τις αντίστοιχες ενίσχυσεις άρα οι ενίσχυβες

οι αποβέβες είναι  $k=-3, -3, -1, 0, 1 \dots$  πείτε <sup>υπερβέβ</sup> αβέβ

βέβ ... πόν προφανώς τείγυνχ τίν ΜΝ βέ βέβ

... για αυστηρή γαδυναμική απόδοσης ...

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 M' - \pi_2 M' &= -3\lambda \\ \pi_1 O - \pi_2 O &= 0 \end{aligned} \right\} (-)$$

$$2(O M') = 3\lambda \Rightarrow O M' = 1,5\lambda$$

$$\Rightarrow x_{M'} = \frac{d}{2} - 1,5\lambda$$

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 N' - \pi_2 N' &= 2\lambda \\ \pi_1 O - \pi_2 O &= 0 \end{aligned} \right\} (-)$$

$$2(O N') = 2\lambda \Rightarrow O N' = 1,0\lambda \Rightarrow x_{N'} = \frac{d}{2} + 1\lambda$$

Έστω P ένα έργο των  $\pi_1, \pi_2$  γέ απόδοσης ...  $\pi_1 P - \pi_2 P = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$

$$x - (d-x) = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2x - d = k\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = \frac{d}{2} + k\frac{\lambda}{2} + 0,25\lambda$$

$$\text{Ναι αλλά } x_N' < x < x_{N'}' \Rightarrow \frac{d}{2} - 1,5\lambda < \frac{d}{2} + k\frac{\lambda}{2} + 0,25\lambda < \frac{d}{2} + 1\lambda$$

$$\Rightarrow -1,5\lambda < k\frac{\lambda}{2} + 0,25\lambda < 1,0\lambda \Rightarrow -1,75\lambda < k\frac{\lambda}{2} < 0,75\lambda \Rightarrow -3,5 < k < 1,5$$

$$\Rightarrow k = -3, -2, -1, 0, 1 \dots \text{δηλαδή γέντε απόδοσης} \dots$$

Αρα βωσθή η πρότασι (δ).

### B.3

$$P + \frac{1}{2} e v^2 = P_0 + e g h \Rightarrow P_0 + \frac{1}{2} e v^2 = P_0 + \frac{m_E g}{A} + e g h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} e v^2 = \frac{m_E g}{L^2} + e g \frac{H}{2} \quad L=H$$

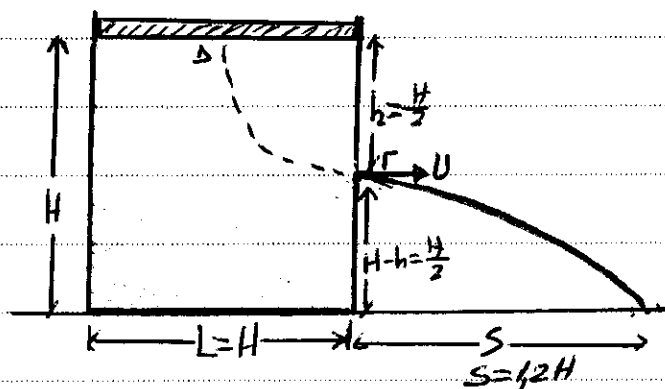
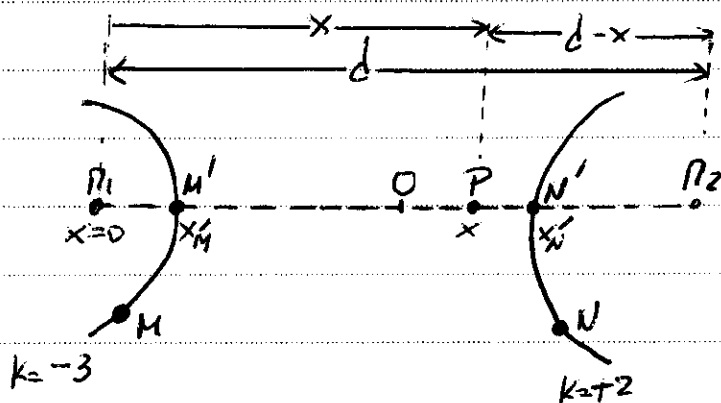
$$\rightarrow v^2 = \frac{2 m_E g}{e H^2} + g H \quad (1)$$

$$S = v t_k = v \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = v \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{H}{2}}{g}} = v \sqrt{\frac{H}{g}}$$

$$\Rightarrow S^2 = v^2 \frac{H}{g} \xrightarrow{(1)} 1,44 H^2 = \left[ \frac{2 m_E g}{e H^2} + g H \right] \frac{H}{g} \Rightarrow 1,44 H^2 = \frac{2 m_E}{e H} + H^2 \Rightarrow 0,44 H^2 = \frac{2 m_E}{e H}$$

$$\Rightarrow m_E = 0,22 \cdot e H^3 \Rightarrow m_E = 0,22 e_{\text{τεταν}} \cdot V_{\text{τεταν}} \Rightarrow m_E = 0,22 m_N$$

Αρα βωσθή η πρότασι (ε).



Θέμα Γ!

$$4A = 0,4 \text{ m} \Rightarrow A = 0,1 \text{ m} \quad \text{OM} = v \cdot T = \lambda = 0,4 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m}$$

$$v_M = \omega A \Rightarrow 1,57 = \omega \cdot 0,1 \Rightarrow \omega = 157 \Rightarrow f = 7,5 \text{ Hz}$$

$$\text{ταχύτητα διαδοδόμενης} \quad v = \lambda f = 0,4 \text{ m} \cdot 7,5 \text{ Hz} \Rightarrow v = 3 \text{ m/s}$$

$$\text{Γ.1)} \quad y(x,t) = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \sin(\omega t) \Rightarrow y(x,t) = 0,26 \sin(5\pi x) \sin(157t) \text{ SI}$$

$$\text{Γ.2)} \quad y_N(t) = -0,10 \sin(157t) \quad (1)$$

$$O(x=0): y_0(t) = 0,20 \sin(157t) \Rightarrow v_0(t) = 376 \sin(157t) \xrightarrow{t=t_1} 24\pi = 376 \sin(157t_1)$$

$$\rightarrow \sin(157t_1) = 0,8 \rightarrow \sin(157t_1) = \pm 0,6 \xrightarrow[t_1 > 0]{t=t_1} \sin(157t_1) = +0,6 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow y_N(t) = -0,10 [+0,6] \rightarrow y_N = -0,06 \text{ m}$$

$$\text{Γ.3)} \quad L = (2k+1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = (2k+1) \frac{0,4}{4} \Rightarrow L = (2k+1) 0,1 \Rightarrow 2k+1 = 10 \quad L$$

η υποδομή της αερίνης είναι αμερόμετος ηρεμίας  
 επιρροή και αερίνης πλάτος που δίνεται αερί  
 πληροίται μόνο με την  $L = 0,90 \text{ m}$ .

$$2k+1 = 10 \cdot 0,9 = 9 \Rightarrow 2k = 8 \Rightarrow k = 4 \quad \text{όρα δεσμοί } 5, \text{ κοιλίες } 5$$

Γ.4) Όταν η χορδή είναι δεσμένη και στο άλλο άκρο  
 τότε το μήκος της  $L$  είναι άμερο πολλαπλό  
 του μήκους  $\frac{\lambda'}{2}$  (... μήκος για) άπρόπτος...

$$L = N \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow L = N \frac{v}{2f'} \Rightarrow f' = N \frac{v}{2L} \Rightarrow f' = N \frac{3}{2 \cdot 0,9} \Rightarrow f' = N \frac{30}{18}$$

$$\Rightarrow f' = N \frac{5}{3} \dots \text{ } f \text{ δεσμοί } \dots \Rightarrow 6 \text{ άκροισι } N = 6$$

$$\text{όρα } f' = 6 \frac{5}{3} \Rightarrow f' = 10 \text{ Hz}$$

Γ.5

$$L_2 = 0,25L = 0,25 \cdot 0,90 = 0,225 \text{ m}$$

$$L_1 = 0,75L = 0,75 \cdot 0,90 = 0,675 \text{ m}$$

Για να έχουμε στάσιμα κύματα πρέπει

$$OB: L_1 = (2k+1) \frac{v}{4f_1} \Rightarrow f_1 = (2k+1) \frac{v}{4L_1} \Rightarrow f_1 = (2k+1) \frac{3}{4 \cdot 0,675} \Rightarrow f_1 = (2k+1) \frac{3}{27}$$

$$\Rightarrow f_1 = (2k+1) \frac{30}{27} \text{ ή } f_1 = (2k+1) \frac{10}{9} \text{ Hz} \dots \text{ και οι πρώτες συχνότητες}$$

για να έχουμε στάσιμα στο τμήμα OB είναι

$$f_1: \frac{10}{9} \text{ Hz}, \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \text{ Hz}, \frac{50}{9} \text{ Hz}, \frac{70}{9} \text{ Hz}, \frac{90}{9} = 10 \text{ Hz}, \dots$$

$$OG: L_2 = (2k'+1) \frac{v}{4f_2} \Rightarrow f_2 = (2k'+1) \frac{v}{4L_2} \Rightarrow f_2 = (2k'+1) \frac{3}{4 \cdot 0,225} \Rightarrow f_2 = (2k'+1) \frac{3}{99}$$

$$\text{ή } f_2 = (2k'+1) \frac{30}{99} \text{ Hz} \dots \text{ και οι πρώτες συχνότητες}$$

για να έχουμε στάσιμα κύματα στο BG είναι

$$f_2: \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \text{ Hz}, \frac{150}{9} = \frac{50}{3} \text{ Hz}, \frac{210}{9} = \frac{70}{3} \text{ Hz}, \frac{270}{9} = 30 \text{ Hz}, \dots$$

Άρα η πρώτη - ελάχιστη - κοινή συχνότητα που θα έχουμε στάσιμα κύματα και για τα δύο τμήματα είναι  $f = \frac{10}{3} \text{ Hz}$

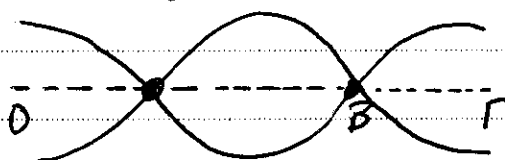
$$\text{Σημείο OB: } f = \frac{10}{3} \text{ ή } 2k+1=3 \Rightarrow 2k=2 \Rightarrow k=1$$

δύο δεσφοί και δύο κοιλίες

$$\text{Σημείο BG: } f = \frac{10}{3} \text{ ή } 2k'+1=1 \Rightarrow k'=0$$

έναν δεσμό και μία κοιλία

Άρα συνολικά στο OG έχουμε δύο δεσμούς (ο ένας στο B είναι κοινός) και τρεις κοιλίες



Δ-1)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F + T = N \sin \varphi \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = Mg \cos \varphi \quad (2)$$

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow FR - TR = 0 \Rightarrow FR = TR \Rightarrow F = 2T$$

$$(1) \Rightarrow 3T = Mg \sin \varphi \Rightarrow T = \frac{Mg \sin \varphi}{3} \quad (1')$$

$$T = T_{\text{static}} \leq \mu N = \mu Mg \cos \varphi \quad (1'')$$

$$\frac{Mg \sin \varphi}{3} \leq \mu Mg \cos \varphi \Rightarrow \sin \varphi \leq 3\mu \cos \varphi \Rightarrow \mu \geq \frac{\sin \varphi}{3 \cos \varphi} \Rightarrow \mu \geq \frac{\tan \varphi}{3} \Rightarrow \mu \geq \frac{0,6}{3 \cdot 0,8}$$

$$\Rightarrow \mu \geq 0,25$$

Δ-2)  $d = \frac{1}{2} a_{\text{cm}} t^2 \Rightarrow a_{\text{cm}} = \frac{2d}{t^2} = 4 \text{ m/s}^2$

$$\sum F_x = M a_{\text{cm}} \Rightarrow Mg \sin \varphi - T = M a_{\text{cm}}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N = Mg \cos \varphi$$

$$\sum \tau = I \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow TR = I \frac{a_{\text{cm}}}{R} \Rightarrow T = \frac{I}{R^2} a_{\text{cm}}$$

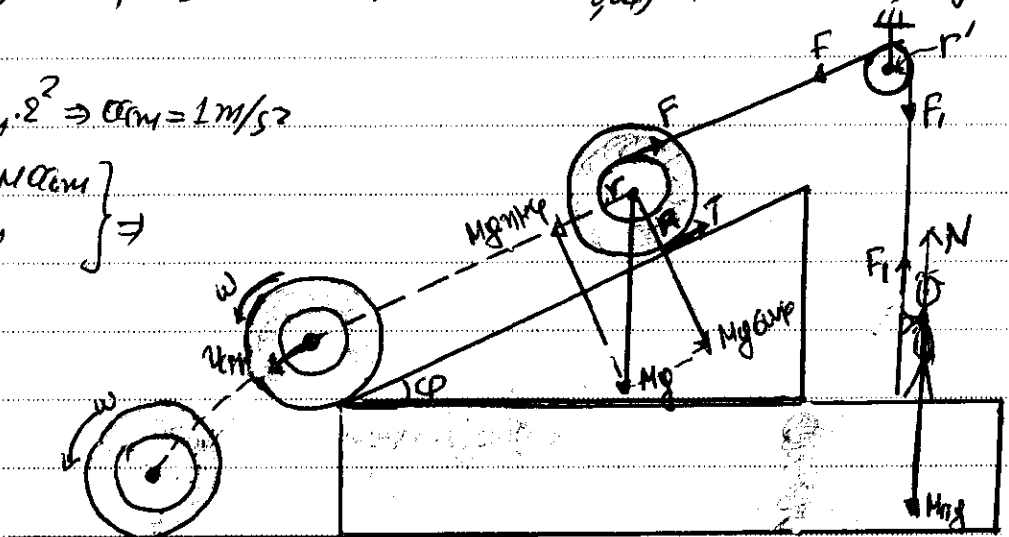
$$\Rightarrow Mg \sin \varphi = \left( M + \frac{I}{R^2} \right) a_{\text{cm}} \Rightarrow 20 \cdot 10 \cdot 0,6 = \left( 20 + \frac{I}{0,2^2} \right) \cdot 4 \Rightarrow I = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Δ-3)  $d = \frac{1}{2} a_{\text{cm}} t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} a_{\text{cm}} \cdot 2^2 \Rightarrow a_{\text{cm}} = 1 \text{ m/s}^2$

$$\sum F_x = M a_{\text{cm}} \Rightarrow Mg \sin \varphi - F - T = M a_{\text{cm}}$$

$$\sum \tau = I \alpha_{\text{cm}} \Rightarrow TR - FR = I \frac{a_{\text{cm}}}{R}$$

$$\left. \begin{array}{l} Mg \sin \varphi - F - T = M a_{\text{cm}} \\ T - \frac{FR}{R} = \frac{I a_{\text{cm}}}{R^2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

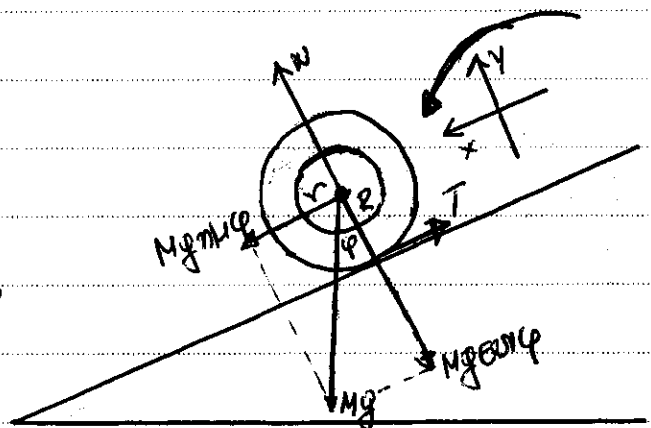
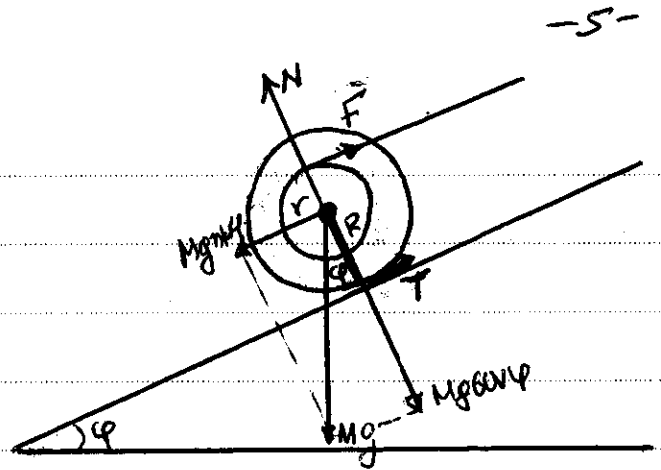


$$\rightarrow Mg \sin \varphi - 1,5F = \left( M + \frac{I}{R^2} \right) a_{\text{cm}} \Rightarrow 20 \cdot 10 \cdot 0,6 - 1,5F = \left( 20 + \frac{0,4}{0,2^2} \right) \cdot 1$$

$$\Rightarrow 120 - 1,5F = 30 \Rightarrow F = 60 \text{ N}$$

$$\alpha_{\text{cm}} = \frac{a_{\text{cm}}}{R} = \frac{1 \text{ m/s}^2}{0,2 \text{ m}} \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \dots \Delta \varphi_1 = \frac{1}{2} \alpha_{\text{cm}} t^2 \Rightarrow \Delta \varphi_1 = 10 \text{ rad}$$

$$W_F = -F d - FR \Delta \varphi_1 = -60 \cdot 2 - 60 \cdot 0,1 \cdot 10 \Rightarrow W_F = -180 \text{ J}$$



... και διαφορετικά ...

$$v_{cm} = \alpha_{cm} t_2 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ m/s}$$

$$\omega = \alpha_{cm} t_2 = 5 \cdot 2 = 10 \text{ rad/s}$$

$$K = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} 94 \cdot 10^2 = 40 + 20 = 60 \text{ Joule}$$

$$\Delta K = W_F + W_B + W_T \Rightarrow K - 0 = W_F + M g h + 0 \Rightarrow 60 = W_F + 20 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 2$$

$$\Rightarrow 60 = W_F + 240 \Rightarrow W_F = -180 \text{ Joule}$$

Δ-4) 1η φάση κίνησης:  $\Delta\varphi_1 = 10 \text{ rad}$

2η φάση ... η <sup>επόμενη</sup> κίνηση είναι ομαλή με  $\omega = 10 \text{ rad/s}$

$$\Delta\varphi_2 = \omega t_3 = 10 \cdot 0,2 = 2 \text{ rad}$$

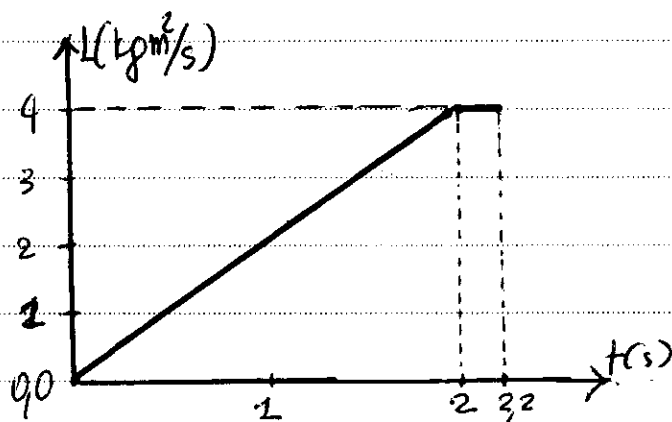
$$\Delta\varphi_3 = 12 \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } N = \frac{\Delta\varphi_3}{2\pi} = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi} \text{ περιστροφές.}$$

$$1^{\text{η}} \text{ φάση: } \frac{dL}{dt} = 5 \text{ N} = I \alpha_{cm} = 0,4 \cdot 5 = 2 \text{ Nm} = 0 \text{ kcal} \Rightarrow \frac{L-L_0}{t-t_0} = 2$$

$$\Rightarrow L = 2t \text{ για } 0 \leq t \leq 2 \text{ s}$$

$$2^{\text{η}} \text{ φάση: } L = I\omega = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ kg m}^2/\text{s} \text{ για } 2 \leq t \leq 2,2 \text{ s}$$

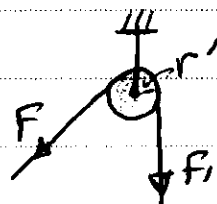


Δ-5. Οι δυνάμεις που δρουν στα δύο παιδιά είναι

— το βάρος του  $M_1 g$  — Η δύναμη αντίδρασης και  
η δύναμη από το νήμα  $F_1$ .

Αφω το παιδί ισορροπεί  $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_1 + N = M_{\pi} g \Rightarrow$   
 $\Rightarrow N = M_{\pi} g - F_1$

1η φάση : Από την γραμμή  
 κίνηση της τροχαλίας  
 έχουμε



$\sum \tau = I_{\text{τροχ}} \alpha_{\text{τροχ}} = 0 \quad (I_{\text{τροχ}} = 0)$

$\Rightarrow F r' - F_1 r' - |G| = 0 \Rightarrow F_1 = F - \frac{|G|}{r'} \Rightarrow F_1 = 60 \text{ N} - \frac{0,5 \text{ Nm}}{0,05 \text{ m}}$

$\Rightarrow F_1 = 50 \text{ N}$  ορα  $N = M_{\pi} g - F_1 = 500 \text{ N} - 50 \text{ N} \Rightarrow N = 450 \text{ N}$   
 προφανώς το παιδί δίνει στο δάπεδο τη σχετική

2η φάση : ... εσθήτα δεν δίνει καμία δύναμη στο  
 παιδί

...  $N = M_{\pi} g \Rightarrow N = 500 \text{ N}$