

### 3<sup>ο</sup> Διακλωνίζουσα προβολοφόρου - Γ' Λυκείου Θετική Προσανατολισμού. Απαχτήσεις

#### Θέμα Α:

1-δ, 2-β, 3-δ, 4-β, 5 (α-1, β-1, γ-1, δ-ξ, ε-1)

#### Θέμα Β:

**B.1**

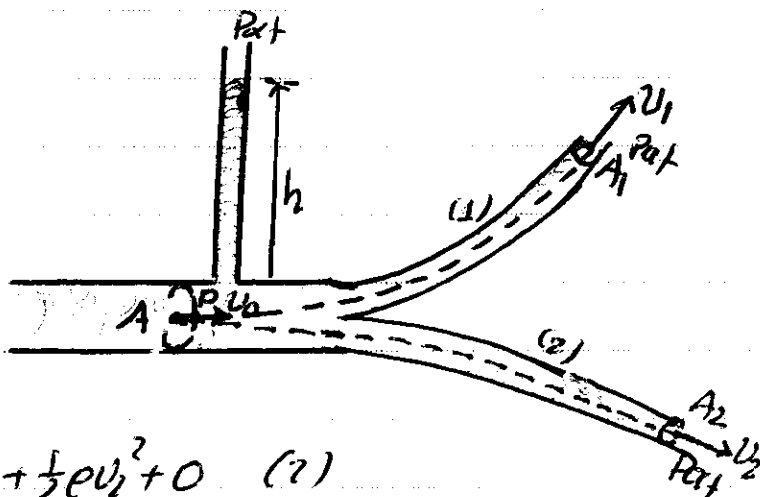
Βερνουλλί για την ρευστική  
γραμμή (1)

$$P + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + 0 = P_{at} + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + 0 \quad (1)$$

Βερνουλλί για την ρευστική

γραμμή (2)  $P + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + 0 = P_{at} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + 0 \quad (2)$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow v_1 = v_2 = v !!$$



Σχόλιο: οριζόντιος σωλήνας που χωρίζεται σε άλλους οριζόντιους σωλήνες με ευθεία στην επιφάνεια ... αυτή γίνεται  
με τις ίδιες ταχύτητες !

$$\begin{aligned} \Pi &= \text{const} \Rightarrow \Pi = \Pi_1 + \Pi_2 \Rightarrow A v_0 = A_1 v_1 + A_2 v_2 \Rightarrow A v_0 = 0,2 A_1 v_1 + 0,3 A_1 v_2 \\ &\Rightarrow v_0 = 0,2 v + 0,3 v = 0,5 v \Rightarrow v = 2 v_0, \text{ ή } v_1 = v_2 = v = 2 v_0 \end{aligned}$$

$$(1) \Rightarrow P - P_{at} = \frac{1}{2} \rho v^2 - \frac{1}{2} \rho v_0^2 = \frac{1}{2} \rho (2v_0)^2 - \frac{1}{2} \rho v_0^2 = \frac{3}{2} \rho v_0^2 \quad (3)$$

Από τον κατακόρυφο σωλήνα «επινοούμε της διαφοράς»  
έχουμε  $P = \rho g h + P_{at} \Rightarrow P - P_{at} = \rho g h \quad (4)$

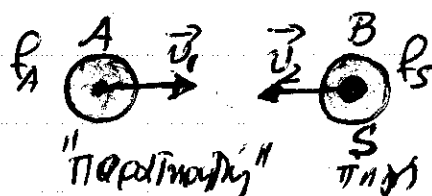
$$(3) (4) \Rightarrow \rho g h = \frac{3}{2} \rho v_0^2 \Rightarrow h = \frac{3 v_0^2}{2 g}$$

Άρα βωβή η σχέση (β)

## B.2

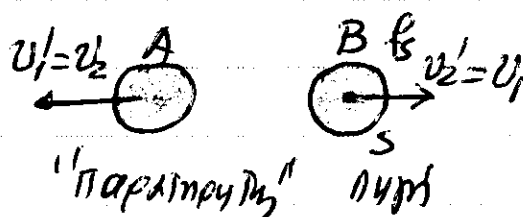
Οι σφαίρες πριν έχουν ίδια γρήγορα ναεί η κρούση είναι κεντρική  
ναεί ελαστική μετά την κρούση συντηρούνται ταχύτητες

$$f_A = \frac{v + v_1}{v - v_2} f_s \quad (1)$$



πριν την κρούση

$$f_A' = \frac{v - v_2}{v + v_1} f_s \quad (2)$$



μετά την κρούση

πολλώντας αυτές τις (1) και (2) παίρνουμε

$$f_A \cdot f_A' = \frac{v + v_1}{v - v_2} f_s \cdot \frac{v - v_2}{v + v_1} f_s \Rightarrow f_A \cdot f_A' = f_s^2$$

Άρα αποδείχθηκε η σχέση (δ)

## B.3

Το υάρφαρο πριν δεν σιδοθάνει ως προς τις κυλινδρικές  
κορτούς έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα αρωπύ  
ον ανώτερο διτρίο  $v = v_B \Rightarrow v = 2v_{cm}$  ή  $v_{cm} = \frac{v}{2}$

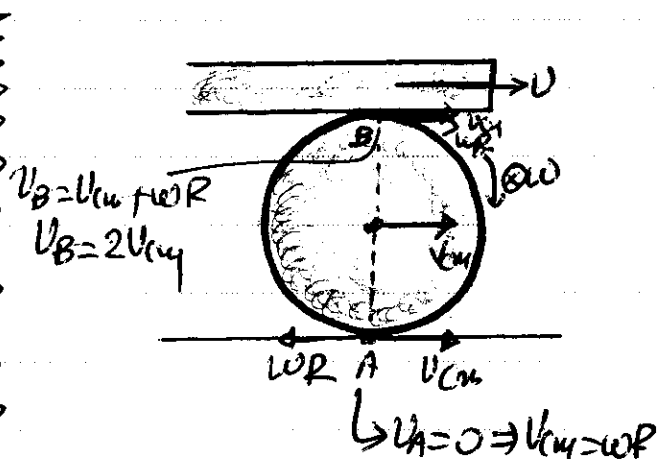
$$K_{\text{κε}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K_{\text{κυ}} = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \left( \frac{v_{cm}}{R} \right)^2$$

$$\Rightarrow K_{\text{κυ}} = \frac{3}{4} m v_{cm}^2 = \frac{3}{4} m \left( \frac{v}{2} \right)^2 = \frac{3}{16} m v^2$$

$$K_{\text{ολ}} = \frac{1}{2} m v^2 + 2 \cdot \frac{3}{16} m v^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{3}{8} m v^2$$

$$\Rightarrow K_{\text{ολ}} = \frac{7}{8} m v^2 \quad \text{Άρα αποδείχθηκε η (δ)}$$



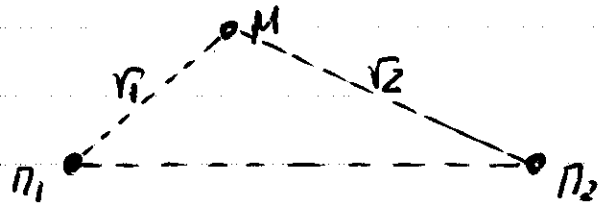
# Θέμα Γ!

$$\omega = 10\pi \text{ rad/s} \Rightarrow 2\pi f = 10\pi \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow T = 0,20 \text{ s}$$

$$\frac{t_1}{T} = \frac{0,40 \text{ s}}{0,20 \text{ s}} = 2 \Rightarrow t_1 = 2T$$

$$r_1 = v t_1 = v \cdot 2T = 2\lambda$$



$$\frac{S_M}{A_1} = \frac{0,75}{0,15} = 5 \Rightarrow S_M = 5A = 4A + A \dots \text{όρα στο κέντρο της πηγής}$$

της επιλογής του ταλαντωτή.  
 Η φάση στο  $\Delta t = 1T + \frac{T}{4} = 0,25 \text{ s}$

... Το 2<sup>ο</sup> κύμα φθάνει στο Μ τον  $t = 0,40 + 0,25 = 0,65 \text{ s}$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{0,65 \text{ s}}{0,20} = \frac{0,60}{0,20} + \frac{0,05}{0,20} = 3 + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow t_2 = 3T + \frac{T}{4} \Rightarrow t_2 = 3,25T$$

$$r_2 = v t_2 = v \cdot 3,25T = 3,25\lambda$$

Επιφάνειες διαφάνειας.

Οι φασματικές ταλαντώσεις του Μ είναι

$$y_{1M}(t) = 0,15 \text{ m} \cdot \cos\left(10\pi t - \frac{2\pi \cdot 2\lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow y_{1M}(t) = 0,15 \text{ m} \cdot \cos(10\pi t - 4\pi) \quad (5\pi)$$

... για  $0 \leq t \leq 0,65 \text{ s}$

$$y_{2M}(t) = 0,20 \text{ m} \cdot \cos\left(10\pi t - \frac{2\pi \cdot 3,25\lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow y_{2M}(t) = 0,20 \text{ m} \cdot \cos(10\pi t - 6,5\pi) \text{ s.t.}$$

για  $t \geq 0,65 \text{ s}$

Γ.1)  $\Delta\varphi = (10\pi t - 4\pi) - (10\pi t - 6,5\pi) \Rightarrow \Delta\varphi = 2,5\pi \text{ rad.}$

Γ.2) Το Μ είναι επιφάνεια διαφάνειας (υερότης σύγκρουση) με επιφάνεια ηλίκης  $A_1 = 0,15 \text{ m}$  και  $A_2 = 0,20 \text{ m}$  και  $\Delta\varphi = 2,5\pi \text{ rad.}$

Το πλάτος της συνθετικής ταλάντωσης - υφαιρική συνολική είναι

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \Rightarrow A = 0,25 \text{ m.}$$

Γ.3)  $t = \frac{61}{60} > 0,65 \text{ s} \dots$  φετάρ τη συνολική

Με φείση την αρχή της εξερχομένης των περιόδων αν έκαναν ε την 1η ταλάντωση θα είχε μετατόπιση

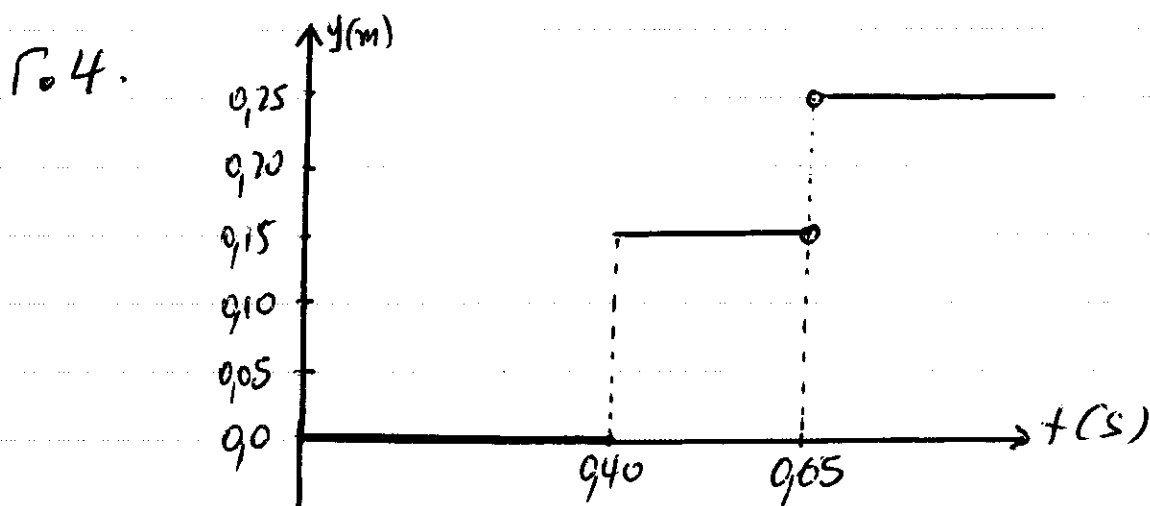
$$y_1 = 0,15 \text{ m} \cdot \left(100 \cdot \frac{61}{60} - 40\right) = 0,15 \text{ m} \cdot \left(100 + \frac{1}{6} - 40\right) = 90,5 \text{ m}$$

... ενώ αν έκανε την 2η ταλάντωση θα είχε μετατόπιση

$$y_2 = 0,20 \text{ m} \cdot \left(100 \cdot \frac{61}{60} - 65\right) = 0,20 \text{ m} \cdot \left(100 + \frac{1}{6} - 60 - \frac{5}{2}\right) = 0,20 \text{ m} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$$

$$\Rightarrow y_2 = -0,20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,170 \text{ m}$$

Αρα  $y = y_1 + y_2 = -0,095 \text{ m.}$



Γ.5  $v_1 - v_2 = 2\lambda - 3,25\lambda = -1,25\lambda$  ή  $v_2 - v_1 = 1,25\lambda$  /  $\lambda = \frac{v}{f}$ ,  $f = 5 \text{ Hz}$

Τώρα θα γράψω με βολικότητα προώδε

$$v_2 - v_1 = k\lambda' \Rightarrow 1,25\lambda = k\lambda' \Rightarrow 1,25 \frac{v}{f} = k \frac{v}{f'} \Rightarrow f' = k \frac{f}{1,25} = k \frac{5}{1,25} = 4k$$

$$f' = 4k \rightarrow k_{\text{max}} = 1 \Rightarrow f' = 4 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f' - f = 4 \text{ Hz} - 5 \text{ Hz} \Rightarrow \Delta f = -1 \text{ Hz}$$

Πρόβλημα.

Δ.1

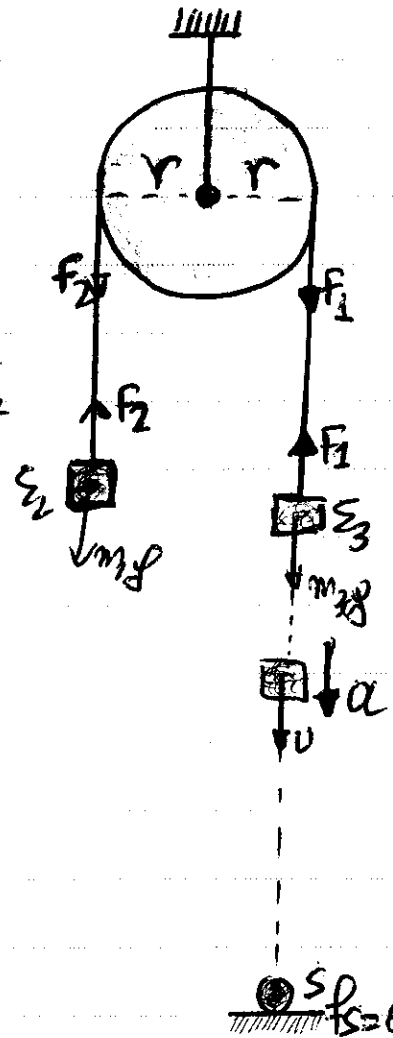
$$v = \frac{v_{\text{max}} + v}{v_{\text{max}}} \cdot f_s = \frac{v_{\text{max}} + at}{v_{\text{max}}} \cdot f_s$$

$$\Rightarrow 684 = \frac{340 + a \cdot 2}{340} \cdot 680 \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2 \quad \kappa' \alpha_f = 10 \text{ rad/s}^2$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_y = m_3 a &\Rightarrow m_3 g - F_1' = m_3 a \\ \Sigma \tau = I \alpha_{\text{pul}} &\Rightarrow F_1 r - F_2 r - | \tau_f | = \frac{1}{2} M r^2 \frac{a}{r} \\ &\Rightarrow F_1 - F_2 - \frac{| \tau_f |}{r} = \frac{1}{2} M a \\ \Sigma F_y = m_2 a &\Rightarrow F_2 - m_2 g = m_2 a \end{aligned} \right\} (+)$$

$$m_3 g - m_2 g - \frac{| \tau_f |}{r} = (m_3 + \frac{M}{2} + m_2) a$$

$$\Rightarrow 30 - 10 - \frac{15}{0.1} = (3 + \frac{M}{2} + 1) \cdot 1 \Rightarrow M = 2 \text{ kg}$$



Δ.4

$$T = 0.217 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$D = K = m \omega^2 = 100 \text{ N/m}$$

Αρχική Υπόθεση

$$\Sigma_3: F_1 = m_3 g \Rightarrow F_1 = 30 \text{ N}$$

$$\text{Τοράξις } F_1 \cdot r = F_2 \cdot r \Rightarrow F_2 = 30 \text{ N}$$

$$\Sigma_1, \Sigma_2: F_2 = 30 \text{ N}$$

$$(m_1 + m_2) g = 20 \text{ N}$$

$$\text{Αρα } F_{\text{ελ}} = 10 \text{ N πρσ}$$

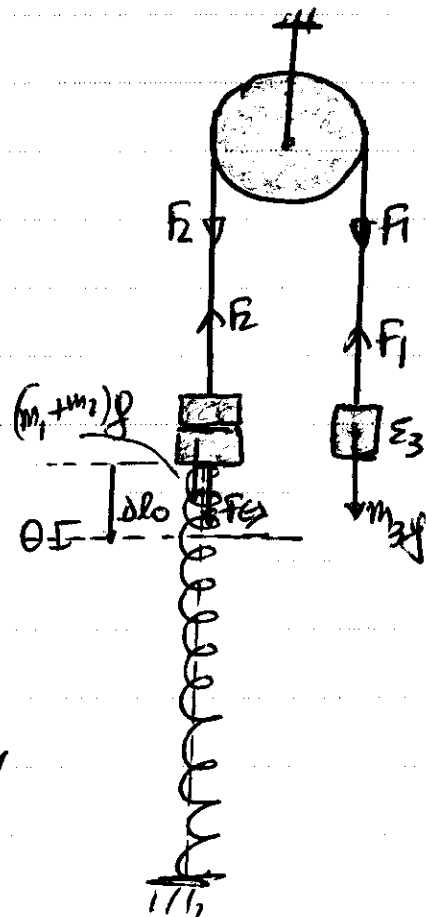
τα κδλ.

$$F_{\text{ελ}} = K \Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = 0.10 \text{ m}$$

η όριστη αναφορά είναι

των 5 λαιτηρίων ...

επί γαλκω



Θέτουμε υποθέσεις του ταλαντωτή  $\Sigma_1$ :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow m_1 g + F_{\text{ελ}} = k \Delta l \Rightarrow 10 + 10 = 100 \Delta l \Rightarrow \Delta l = 0,2 \text{ m}$$

συμπίεση.

$$\dots A = \Delta l_0 + \Delta l = 0,3 \text{ m}$$

$$y(t) = 0,3 \text{ m} + (10 \text{ m} + \frac{?}{?})$$

$$y(t) = 0,36 \text{ m} (10 \text{ m}) \text{ SI}$$

$$\Sigma F_y = -Dy \Rightarrow \underbrace{F_{\text{ελ}} + m_1 g}_{\text{απ' αλλαγής}} = -Dy$$

$$\Rightarrow F_{\text{ελ}} - 10 = -100y \Rightarrow$$

$$F_{\text{ελ}} = 20 - 100y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{ελ}} = 20 - 100 \cdot 0,36 \text{ m} (10 \text{ m}) \Rightarrow \underline{F_{\text{ελ}} = 20 - 36 \text{ m} (10 \text{ m}) \text{ (SI)}}$$

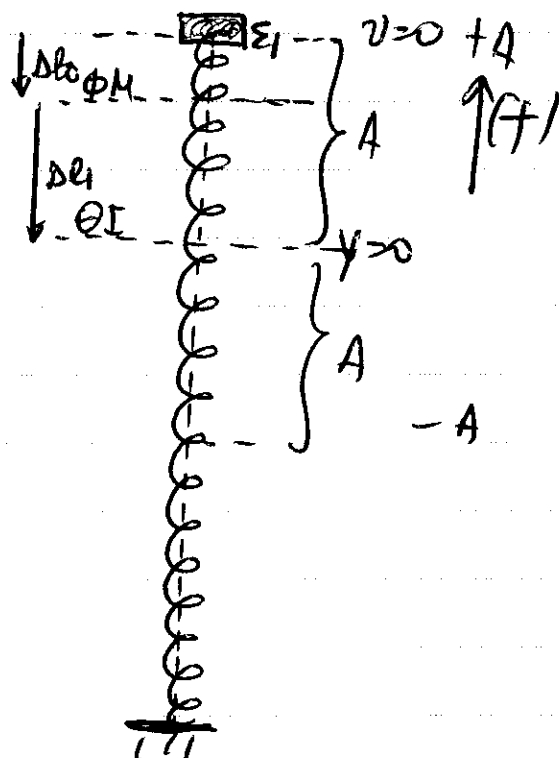
$$\Delta(2) \quad \frac{\Delta L}{\Delta t} = \Delta v = m_1 g r - m_2 g r - |v_2| = 6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = 30 \cdot 0,1 - 20 \cdot 0,1 - 1,5 = 0,5 \text{ (SI)} = 6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{L - L_0}{t - t_0} = 0,5 \Rightarrow L = 0,5 t \text{ (SI)} \xrightarrow{t=2\text{s}} L = 1 \text{ kg m}^2$$

$$v = \omega r = 2 \text{ m/s} \quad \omega = \omega_{\text{γων}} t = \left( \frac{\alpha}{r} \right) t = 10 \cdot 2 = 20 \text{ rad/s}$$

$$I_{\text{ροαξ}} = \frac{1}{2} M r^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,1^2 = 0,1 \text{ kg m}^2$$



$$L = m_3 v r + m_1 v r + I_{cp} \cdot \omega = 0 = 1,0 \text{ kg m}^2 / \text{s}$$

$$\Delta-3) \frac{dK_{cp}}{dt} = 5 \tau_{cp} \cdot \omega = I_{cp} \cdot \alpha_{cp} \cdot \omega = 0,01 \cdot 10 \cdot 20$$

$$\Rightarrow \frac{dK_{cp}}{dt} = 2 \text{ J/s}$$

1.5)

$$A_2 = 20 \text{ m} - 0,814 = 19,2 \text{ m}$$

$$\text{и } A_2 = 0,192 \text{ m}$$

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow A_1 = \sqrt{A_0 A_2}$$

$$\Rightarrow A_1 = \sqrt{0,30 \cdot 0,192}$$

$$\Rightarrow A_1 = 0,24 \text{ m}$$

$$\Delta l = 0,04 \text{ m} \text{ и } \Delta l = 4 \text{ cm}$$

