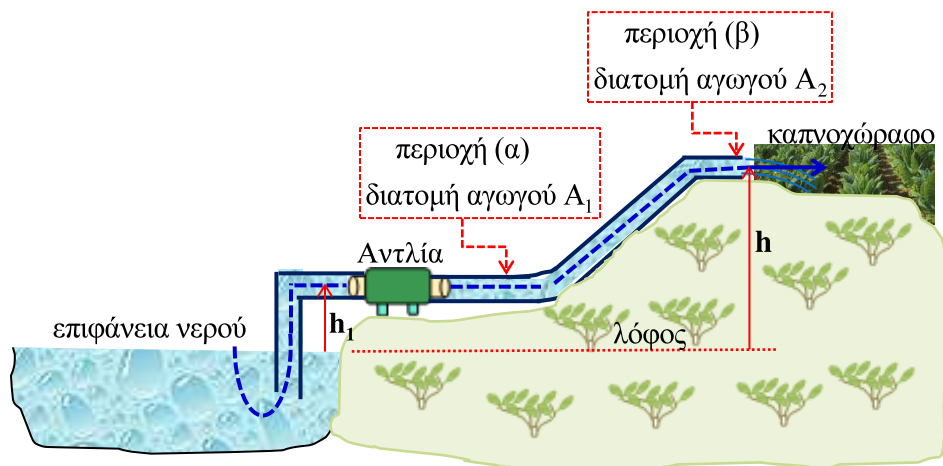


Άντληση νερού από το ρέμα για πότισμα του καπνού ...

Στο χωριό μας για να μεταφερθεί νερό από το ρέμα για πότισμα στα καπνοχώραφα, που ήταν πιο ψηλά κατά $h=31,8\text{m}$ από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού χρησιμοποιούσαμε αντλία και η διάταξη μεταφοράς φαίνεται στο σχήμα. Η αντλία τοποθετούνταν πάνω από το ρέμα σε ύψος $h_1=3,2\text{m}$ από την επιφάνεια του νερού, αντλούσε το νερό και το διοχέτευε με σωλήνα που ανέβαινε ένα λόφο και έφθανε στο καπνοχώραφο. Ο σωλήνας πριν και αμέσως μετά την αντλία (περιοχή α) είχε διατομή $A_1=4\cdot 10^{-3}\text{m}^2$ και στην έξοδο (περιοχή β) η διατομή στένευε σε $A_2=0,75A_1$.



Αν το νερό εκκρέονταν με κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου 32J/L , να βρείτε:

Γ.1 την παροχή με τη οποία μεταφέρεται το νερό,

Γ.2 τη (στατική) πίεση του νερού στην περιοχή ροής (α) αμέσως μετά την αντλία,

Γ.3 την ισχύ της αντλίας και τη δαπάνη λειτουργίας της αντλίας για τέσσερις ώρες.

Ξαφνικά ο σωλήνας ροής μετά την αντλία (περιοχή α)

τρυπάει στο πάνω μέρος και για να μην χάνεται νερό

προσαρμόζουμε υδατοστεγός στην τρύπα έναν

κατακόρυφο κυλινδρικό σωλήνα Σ διατομής $A=8\cdot 10^{-4}\text{m}^2$

και μέσα σε αυτόν βάζουμε ένα αβαρές κυλινδρικό πώμα

ίδιας διατομής. Η δε κάτω επιφάνεια του πώματος είναι σε

ύψος $H=0,4\text{m}$ πάνω από τον σωλήνα ροής (α), το δε πάνω

μέρος του εξέρχει από τον κύλινδρο Σ και πάνω του ισορροπούμε ένα καλάθι με πέτρες ώστε

το πώμα να μην «πετιέται» προς τα πάνω.

Γ.4 Αν μεταξύ πώματος και σωλήνα Σ δεν υπάρχουν τριβές να βρείτε το συνολικό βάρος που

πρέπει να έχει το καλάθι με τις πέτρες ώστε να μην πετιέται το πώμα και να συνεχισθεί ομαλά

το πότισμα του καπνού.

Το ρέμα έχει κατηφορική κλίση και η στάθμη του νερού από την θέση της όχθης που βάλουμε

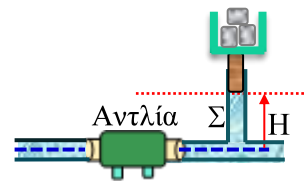
τη αντλία απέχει διαφορετικά ύψη από $H_1=9\text{m}$ (θέση Κ του σχήματος) μέχρι $H_2=2\text{m}$ (θέση Λ

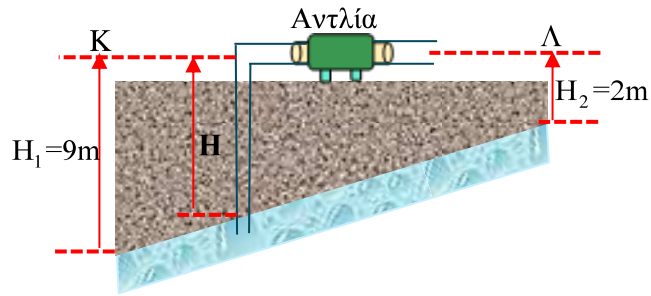
του σχήματος). Επειδή το Κ ήταν πιο κοντά στο χωράφι μας, βάλουμε εκεί την αντλία αλλά δεν

μπορούσε να κάνει αναρρόφηση (το σχήμα είναι στην επόμενη σελίδα).

Γ.5 Να βρείτε κάτω από ποιο ύψος H της όχθης από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού, πρέπει

να βάλουμε την αντλία ώστε να μπορεί να κάνει αναρρόφηση

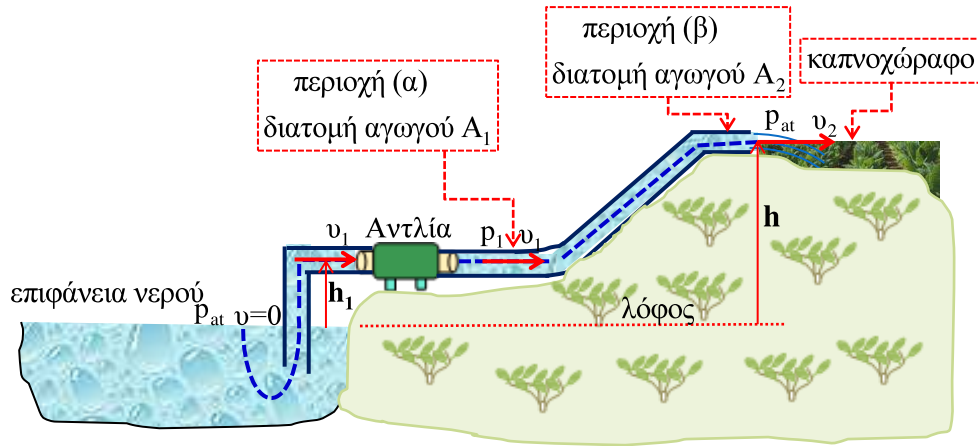




Δίνονται ότι:

- ✚ πυκνότητα νερού $\rho=10^3 \text{Kg/m}^3$, ατμοσφαιρική πίεση $P_{at}=10^5 \text{N/m}^2$ και $g=10 \text{m/s}^2$.
- ✚ Η αντλία χρησιμοποιεί ως καύσιμο τη βενζίνη και δίνεται ότι ένα λίτρο βενζίνης κοστίζει 1,6 €, αποδίδει δε ενέργεια $3,6 \cdot 10^7 \text{J}$ και από αυτή η αντλία αξιοποιεί μόνο το 40%.
- (*) Υποτίθεται να βρούμε το κόστος με σημερινά δεδομένα, διότι τότε πληρώναμε σε δραχμές.
- ✚ Για την περίπτωση Γ.4 – μετά την αντιμετώπιση – της διαρροής θεωρείστε ότι η ροή συνεχίζεται με τα ίδια χαρακτηριστικά.





Γ.1 Η κινητική ενέργεια του ρευστού ανά μονάδα όγκου στην έξοδο είναι $\frac{dK_2}{dV} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dm}{dV} \cdot v_2^2$

$$\Rightarrow \frac{dK_2}{dV} = \frac{1}{2} \frac{dm}{dV} v_2^2 \Rightarrow \frac{dK_2}{dV} = \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2(dK_2 / dV)}{\rho}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 32J / L}{10^3 Kg / m^3}} \Rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 32J / 10^{-3} m^3}{10^3 Kg / m^3}} \Rightarrow v_2 = 8m / s \text{ (ταχύτητα εκροής)}$$

Η ταχύτητα στην περιοχή (α) του σωλήνα (αμέσως μετά την αντλία) είναι $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow$

$$v_1 = \frac{A_2 v_2}{A_1} \xrightarrow{S.I} v_1 = 6m/s. \text{ (το ίδιο μέτρο έχει η ταχύτητα και πριν την αντλία).}$$

Η παροχή ροής είναι $\Pi = A_1 v_1 \xrightarrow{S.I} \Pi = 24 \cdot 10^{-3} Kg/m^3$

Γ.2 Εφαρμόζουμε Bernoulli από την έξοδο της αντλία μέχρι το σημείο εκροής ...

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_{at} + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h \Rightarrow p_1 = p_{at} + \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h - h_1) \xrightarrow{S.I} p_1 = 4 \cdot 10^5 N/m^2$$

Γ.3 Σε στοιχειώδη χρονική διάρκεια Δt όση μάζα Δm αναρροφάται τόση εκρέεται. Στο σχήμα φαίνεται η ρευματική γραμμή άντλησης του νερού ... που ξεκινάει από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Για το χρόνο Δt η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του νερού της συνολικής «φλέβας» ισοδυναμεί με την μεταβολή της κινητικής ενέργειας μιας στοιχειώδους μάζας νερού Δm που είναι σαν να μεταφέρεται λίγο μετά την αναρρόφηση μέχρι και την έξοδο [.. το υπόλοιπο τμήμα της φλέβας είναι το ίδιο και δεν προσφέρει στην ενεργειακή μεταβολή...].

Η μεταβολή της κινητικής μιας στοιχειώδους μάζας νερού Δm , όγκου ΔV «που μεταφέρεται» από το σημείο αναρρόφησης μέχρι το σημείο που εκρέεται γίνεται μέσω του έργου της αντλίας $W_{αντλίας}$, του έργου του περιβάλλοντος $W_{περ} = (P_{αρχική} - P_{τελική}) \Delta V$ και του έργου του βάρους $\Delta W_B = -\Delta m \cdot g \cdot h$.

Εδώ ειδικά για το έργο του περιβάλλοντος έχουμε $W_{περ} = (P_{αρχική} - P_{τελική}) \Delta V \Rightarrow$

$$W_{περ} = (P_{at} - P_{at}) \Delta V = 0, \text{ οπότε το ΘΜΚΕ δίνει } \Delta K = W_{αντ} + W_{περ} + W_B \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \Delta m \cdot v_2^2 - 0 = W_{αντ} + 0 - \Delta m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \rho \Delta V \cdot v_2^2 = P_{αντ} \cdot \Delta t - \rho \Delta V \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot v_2^2 = P_{αντ} - \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} \cdot g \cdot h \Rightarrow P_{αντ} = \frac{1}{2} \rho \Pi v_2^2 + \rho \Pi g h \Rightarrow P_{αντ} = \Pi \left(\frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h \right) \xrightarrow{S.I}$$

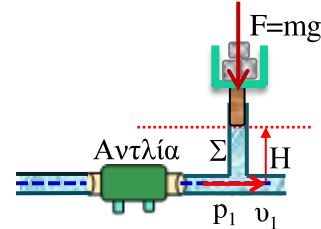
$$P_{\text{αντ}} = 8400 \text{ W} .$$

Η ενέργεια που προσφέρει η αντλία σε 4 ώρες είναι $W_{\text{αντ}} = P_{\text{αντ}} \cdot t \Rightarrow W_{\text{αντ}} = 8400 \text{ W} \cdot 4 \cdot 3600 \text{ s} .$
 Έστω ότι για την ενέργεια αυτή απαιτούνται x L βενζίνης που δίνουν στην αντλία $\frac{40}{100} x(L) \cdot 3,6 \cdot 10^7 \text{ (J / L)} = 0,4x \cdot 3,6 \cdot 10^7 \text{ J} \dots \text{άρα } 0,4x \cdot 3,6 \cdot 10^7 = 8400 \cdot 4 \cdot 3600 \Rightarrow x = 8,4 \text{ L}$
 και η δαπάνη είναι $8,4 \text{ L} \cdot 1,6 \text{ €/L} = 13,44 \text{ €}$

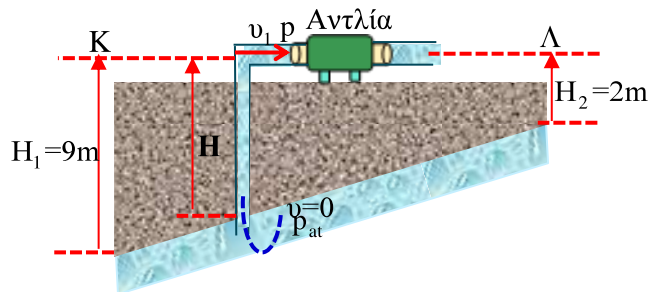
Γ.4 Όταν σταμάτησε η διαρροή και συνεχίσθηκε η ροή με τα ίδια χαρακτηριστικά η (στατική) πίεση στη θέση α είναι $p_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$ και ισούται ... με

$$p_1 = \rho g H + \frac{mg}{A} + p_{\text{at}} \xrightarrow{\text{s.I}}$$

$$4 \cdot 10^5 = 10^3 \cdot 10 \cdot 0,4 + \frac{m \cdot 10}{8 \cdot 10^{-4}} + 10^5 \Rightarrow m = 23,68 \text{ Kg}$$



Γ.5 Για να αρχίσει η αναρρόφηση, πρέπει η αντλία να δημιουργήσει κατάλληλη υποπίεση p στην είσοδό της, έναντι της πίεσης που επικρατεί στο σημείο από όπου αρχίζει η αναρρόφηση και εδώ είναι η ατμοσφαιρική. Εφαρμόζουμε Bernoulli από το σημείο έναρξης



της αναρρόφησης (επιφάνεια νερού) μέχρι την είσοδο της αντλίας $p_{\text{at}} + 0 + 0 = p + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g H$

$$\Rightarrow p = p_{\text{at}} - \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \rho g H \dots \text{ και αλλά η πίεση έχει θετικές τιμές }^1 \text{ οπότε } p = p_{\text{at}} - \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \rho g H \geq 0 \Rightarrow$$

$$-\rho g H \geq -p_{\text{at}} + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \Rightarrow H \leq \frac{p_{\text{at}} - \frac{1}{2} \rho v_1^2}{\rho g} \xrightarrow{\text{s.I}} H \leq 8,2 \text{ m} \dots \text{άρα η αντλία για να κάνει}$$

αναρρόφηση με τα ανωτέρω χαρακτηριστικά πρέπει να απέχει από το νερό ύψος μικρότερο από 8,2m.

Σχόλιο: Η ανωτέρω αντιμετώπιση είναι μια απλή προσέγγιση σε σχολικό επίπεδο που γνωρίζουμε την αντλία ως μηχανισμό προσφοράς ενέργειας για να πάει το νερό σε τέτοιο ύψος και με τέτοια ταχύτητα που δεν μπορεί να πάει μόνο με την διαφορά πίεσης (και έργου) του περιβάλλοντος.

Για την ακριβή απάντηση χρειάζεται η γνώση του μηχανισμού λειτουργίας της αντλίας. Έτσι για να λειτουργεί σωστά μια αντλία πρέπει το ρευστό στην αντλία να καταφθάνει με μια ελάχιστη πίεση, ώστε η κοιλότητα στην αντλία να είναι γεμάτη με υγρό. Προφανώς η πίεση στο κοίλωμα της αντλίας δεν πρέπει να γίνει μικρότερη από την τάση ατμών του υγρού στη θερμοκρασία λειτουργίας της αντλίας, γιατί σε διαφορετική περίπτωση, οι παραγόμενοι ατμοί

¹ άλλο ο «θάλαμος αρνητικής πίεσης» που ακούμε για τις ΜΕΘ ... και εκεί η απόλυτη τιμή πίεσης του θαλάμου θετική είναι, αλλά είναι μικρότερη από την ατμοσφαιρική και η σχετική τιμή της ως προς την ατμοσφαιρική είναι αρνητική.

δημιουργούν φαινόμενα σπηλαίωσης με αποτέλεσμα την δυσλειτουργία της αντλίας ... και τότε η αντλία δεν αντλεί, κάνει θόρυβο, ζεσταίνεται υπερβολικά ή ακόμα και καταστρέφεται. Ο κάθε κατασκευαστής αντλιών, λοιπόν, προσδιορίζει με πειραματισμό, την ελάχιστη πίεση του υγρού στο κοίλωμα της αντλίας, ώστε η αντλία να λειτουργεί κανονικά. Αυτή η ελάχιστη πίεση προσδιορίζει το **απαιτούμενο καθαρό θετικό ύψος αναρρόφησης – Net Positive Suction Head Required (NPSHr)** για την αντλία.

(οι πληροφορίες για το σχόλιο ελήφθησαν από τον σύνδεσμο <http://catalysis.gr/hydraulics/pumps/metering/nps.html>)