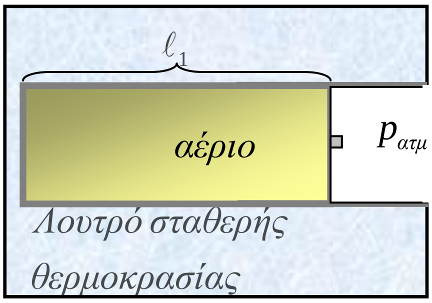
Κινητική θεωρία των αερίων- ισόθερμη μεταβολή.

Ιδανικό αέριο μάζας $m_{ολ} = 0,144g$ και πλήθους μορίων $N = 1,08.10^{22}$ μόρια βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο που είναι σε οριζόντια θέση και κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο εμβαδού $A = 10^{-3} m^2$. Το δοχείο βρίσκεται σε λουτρό σταθερής θερμοκρασίας και αρχικά το έμβολο ισορροπεί και απέχει από την βάση του δοχείου απόσταση $\ell_1 = 48cm$.



Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{at} = 10^5 N/m^2$

α) Ποια είναι η ενεργός ταχύτητα των μορίων;

β) Να υπολογισθεί η θερμοκρασία του αερίου.

Ασκούμε στο αέριο κατάλληλη δύναμη $\vec{F}$ και το έμβολο κινείται πολύ αργά ώστε να έχουμε συμπίεση του αερίου και αυτό να είναι συνεχώς σε θερμική ισορροπία με το λουτρό.

γ) Όταν το έμβολο μετακινηθεί κατά $\Delta\ell = 8cm$ να βρείτε την πίεση του αερίου και την συνολική κινητική ενέργεια των μορίων.

δ) Να γίνει σε χαρτί millimetre και σε βαθμολογημένους άξονες η γραφική παράσταση της δύναμης που ασκούμε στο έμβολο σε συνάρτηση μετατόπισή του $\Delta\ell$. Δίνεται η σταθερά Boltzmann $k = \frac{25}{18}.10^{-23}\frac{J}{K}$

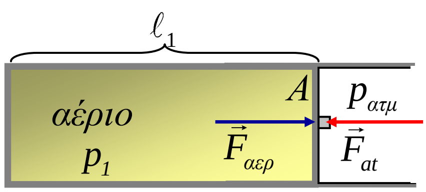
Απάντηση

α) $p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2} \Rightarrow p = \frac{1}{3}\frac{m_{ολ}}{V}\upsilon_{εν}^2 \Rightarrow p = \frac{1}{3}\frac{m_{ολ}}{A\ell_1}\upsilon_{εν}^2 \Rightarrow \upsilon_{εν} = \sqrt{\frac{3pA\ell_1}{m_{ολ}}}$ ...

$\upsilon_{εν} = 10^3 m/s$

β) $\upsilon_{εν} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \Rightarrow T = \frac{m\upsilon_{εν}^2}{3k} \xrightarrow{m=\frac{m_{ολ}}{N}} T = \frac{m_{ολ}\upsilon_{εν}^2}{3kN}$ ... $T = 320K$.

γ) Στην αρχική κατάσταση το έμβολο ηρεμεί, άρα $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_{αερίου} = F_{at} \Rightarrow$



$p_1 A = p_{at} A \Rightarrow p_1 = p_{at} \Rightarrow$

$p_1 = 10^5 N/m^2$. Η μεταβολή είναι ισόθερμη άρα ισχύει $pV = p_1 V_1 \Rightarrow$

$pA(\ell_1 - \Delta\ell) = p_1 A\ell_1 \Rightarrow p = \frac{p_1\ell_1}{\ell_1 - \Delta\ell}$ ... $p = 1,2.10^5 N/m^2$

δ) Η μέση κινητική ενέργεια είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής…

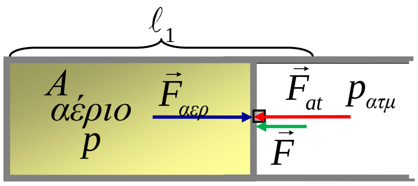
$\bar{K} = \frac{3}{2}kT$ και η ολική κινητική λόγω μεταφοράς θα είναι $K_{ολ} = N\bar{K} \Rightarrow$

$K_{ολ} = N\frac{3}{2}kT \ldots . K_{ολ} = 72J$

Σε όλη την διάρκεια της μεταβολής ισχύει $pV = σταθερό = \ldots = p_1V_1 \Rightarrow$

$pV = p_1Al_1 = 10^5.10^{-3}.0,48 \Rightarrow pV = 48\,(S.I)$.

Επίσης επειδή η μεταβολή γίνεται πολύ αργά με σταθερή ταχύτητα για τις δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο όταν αυτό έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta\ell$ γράφουμε,



$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_{at} + F = F_{αερίου} \Rightarrow$

$p_{at}A + F = pA \Rightarrow F = pA - p_{at}A \Rightarrow F = \frac{48}{V}A - p_{at}A \Rightarrow$

$F = \frac{48}{A(\ell_1 - \Delta\ell)}A - p_{at}A \Rightarrow F = \frac{48}{(\ell_1 - \Delta\ell)} - p_{at}A \Rightarrow F = \frac{48}{0,48 - \Delta\ell} - 10^5.10^{-3}$

$\Rightarrow F = \frac{48}{0,48 - \Delta\ell} - 100$ (S.I)

Δℓ(m)	0	0,08	0,16	0,24	0,32
F(N)	0	20	50	100	200

………………………………………………………………………………