

Η δυναμική του υλικού σημείου- 4^η άσκηση

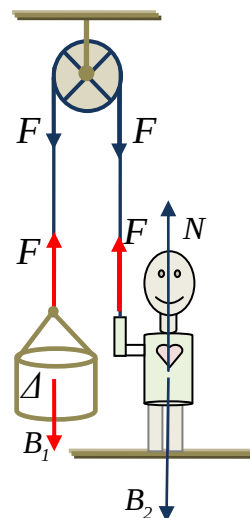
Στο σχήμα ένα παιδί μάζας $m_2 = 60\text{Kg}$ κρατάει την άκρη από ένα νήμα, που διέρχεται μέσω τροχαλίας και στο άλλο άκρο του είναι δεμένος ένα δοχείο (Δ) μάζας $m_1 = 10\text{Kg}$.

A) Το σύστημα ισορροπεί. Να βρείτε ποια δύναμη ασκεί το παιδί στο δάπεδο στήριξής του.

B) Βάζουμε μέσα στο δοχείο τούβλα μάζας $m = 4\text{kg}$ το καθένα. Πόσα το πολύ τούβλα μπορούμε να βάλουμε ώστε το παιδί κρατώντας το νήμα να μπορεί να ισορροπεί το σύστημα.

Γ) Όταν μέσα στο δοχείο υπάρχουν δύο τούβλα το παιδί τραβάει το νήμα και ανεβάζει το δοχείο με σταθερή επιτάχυνση. Έτσι το δοχείο σε χρόνο $t = 5\text{s}$ ανεβαίνει κατά $h = 1,25\text{m}$. Να βρείτε πόση δύναμη ασκεί το παιδί στο δάπεδο στήριξής.

Δ) Μέσα στο δοχείο βάζουμε δέκα τούβλα. Το παιδί ασκεί στο νήμα κατάλληλη δύναμη και το δοχείο ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση. Ποιες τιμές πρέπει να έχει η επιτάχυνση του δοχείου ώστε να μην κινδυνεύει η ισορροπία του παιδιού; ($g = 10\text{m/s}^2$)



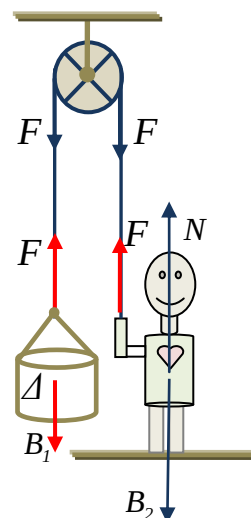
απάντηση

A) Ισορροπία δοχείου (Δ): $\Sigma F_y = 0$

$$\Rightarrow F - B_1 = 0 \Rightarrow F = B_1 = m_1 g$$

$F = 10 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \boxed{F = 100 \text{ N}}$. Τόση δύναμη ασκεί και το νήμα στο παιδί (...βλέπε δυνάμεις που ασκεί ένα νήμα).

Από την ισορροπία του παιδιού γράφουμε $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F + N - B_2 = 0 \Rightarrow N = B_2 - F \Rightarrow N = m_2 g - F \Rightarrow N = 60 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 100 \text{ N}$ ή $\boxed{N = 500 \text{ N}}$. Το παιδί ασκεί στο δάπεδο την αντίθετη από αυτή που δέχεται δηλαδή την αντίθετη της N .



B) Ας υποθέσουμε ότι μέσα στο δοχείο βάζουμε n τούβλα οπότε η συνολική μάζα του δοχείου είναι $m_{\text{ολ}} = nm + m_1$. Από την ισορροπία του δοχείου παίρνουμε $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F - B_{\text{ολ}} = 0 \Rightarrow F = B_{\text{ολ}} = (m_1 + nm)g$. Όπως και στην περίπτωση (A) η δύναμη N που δέχεται το παιδί από το δάπεδο είναι $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F + N - B_2 = 0 \Rightarrow N = B_2 - F \Rightarrow N = m_2 g - F \Rightarrow N = m_2 g - (m_1 + nm)g$.

Ναι αλλά για να μην χάνει το παιδί την επαφή με το δάπεδο πρέπει η δύναμη στήριξης να παίρνει θετικές τιμές $N = m_2 g - (m_1 + nm)g > 0 \Rightarrow$

$$N = m_2 g - m_1 g - nmg > 0 \Rightarrow 600 - 100 - n40 > 0 \Rightarrow n < 12,5 \text{ και επειδή } n \in \mathbb{Z}^+,$$

$$\boxed{n_{\text{max}} = 12 \text{ τούβλα}}$$

Γ) $h = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,25 \text{ m}}{(5 \text{ s})^2} \Rightarrow a = 0,1 \text{ m/s}^2$. Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο

Newton για το δοχείο με τα δύο τούβλα που έχει συνολική μάζα... $m' = 2m + m_1 = 2 \cdot 4 + 10 = 18 \text{ kg}$.

$$\Sigma F = m'a \Rightarrow F - m'g = m'a \Rightarrow F = m'(g + a) \text{ και με}$$

αντικατάσταση παίρνουμε $F = 18 \text{ Kg}(10 + 0,1) \text{ m/s}^2 \Rightarrow$

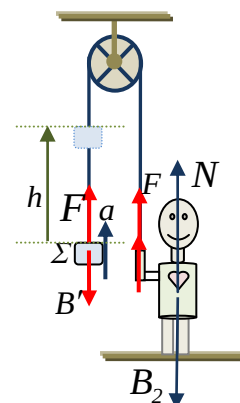
$$\boxed{F = 181,8 \text{ N}}. \text{ Όπως και στην περίπτωση (A) η δύναμη}$$

που δέχεται το παιδί από το δάπεδο είναι $N = m_2 g - F$

και με αντικατάσταση παίρνουμε

$$N = 60 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 181,8 \text{ N} \Rightarrow \boxed{N = 418,2 \text{ N}}. \text{ Το παιδί}$$

ασκεί στο δάπεδο την αντίθετη από αυτή που δέχεται δηλαδή την αντίθετη της N .



Δ) Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο Newton για το δοχείο με τα δέκα τούβλα που έχει συνολική μάζα... $m' = 10m + m_l = 10 \cdot 4 + 10 = 50 \text{ kg}$.

$\Sigma F = m'a \Rightarrow F - m'g = m'a \Rightarrow F = m'(g + a)$ Όπως και στην περίπτωση (Α) η δύναμη που δέχεται το παιδί από το δάπεδο είναι $N = m_2g - m'(g + a) \Rightarrow N = 600 - 50(10 + a)$ (S.I). Ναι αλλά για να μην χάνει το παιδί την επαφή με το δάπεδο πρέπει η δύναμη στήριξης να παίρνει θετικές τιμές $N = 600 - 50(10 + a) > 0 \Rightarrow 600 > 50(10 + a) \Rightarrow a < 2 \text{ m/s}^2$