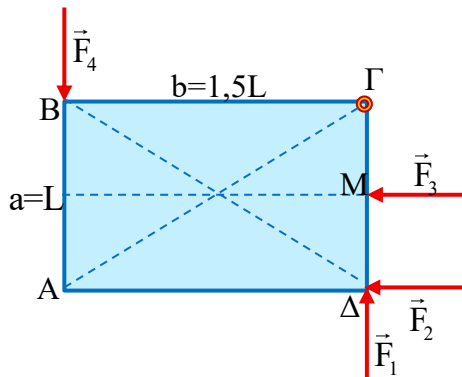


## 41° Επαναληπτικό κριτήριο -Εργασία

**Θέμα Α:**

(Για τις ερωτήσεις **A.1** έως και **A.4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή πρόταση.)

**A.1** Μια λεπτή μεταλλική επιφάνεια ΑΒΓΔ σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλευρές  $a=AB=L$  και  $b=BG=1,5L$  είναι ακίνητη πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και μπορεί να περιστρέφεται περί κατακόρυφο ακλόνητο άξονα  $z'z$  που διέρχεται από το άκρο του Γ. Στην ανωτέρω μεταλλική επιφάνεια ασκούνται – όπως στο σχήμα – τέσσερις οριζόντιες δυνάμεις



$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  που έχουν όλες το ίδιο μέτρο  $F$ , με τις  $\vec{F}_1, \vec{F}_4$  να είναι παράλληλες προς την ΑΒ και τις  $\vec{F}_2, \vec{F}_3$  να είναι παράλληλες προς την ΑΔ και με το Μ είναι μέσον της ΓΔ. Μετά την άσκηση των ανωτέρω τεσσάρων δυνάμεων:

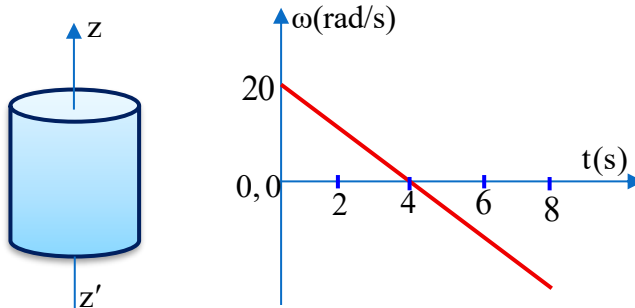
**α.** Η μεταλλική επιφάνεια δεν μεταφέρεται διότι έχει σταθερό ακλόνητο άξονα περιστροφής οπότε  $\Sigma \vec{F} = 0$ , αλλά στρέφεται διότι η συνολική ροπή ως προς άξονα περιστροφής είναι  $\Sigma \tau_{(Γ)} = 3FL \neq 0$ .

**β.** Η μεταλλική επιφάνεια μεταφέρεται διότι  $\Sigma F = 2F \neq 0$ , αλλά και στρέφεται διότι η συνολική ροπή ως προς άξονα περιστροφής είναι  $\Sigma \tau_{(Γ)} = 3FL \neq 0$ .

**γ.** Η μεταλλική επιφάνεια ισορροπεί μεταφορικά διότι έχει σταθερό ακλόνητο άξονα περιστροφής οπότε  $\Sigma \vec{F} = 0$ , αλλά και στροφικά διότι η συνολική ροπή ως προς άξονα περιστροφής είναι  $\Sigma \tau_{(Γ)} = 0$ .

**δ.** Ο σταθερός άξονας περιστροφής του πλαισίου ασκεί στο πλαίσιο οριζόντια δύναμη  $F_{αξ} = F\sqrt{2}$ .

**A.2** Το στερεό σώμα του σχήματος περιστρέφεται περί τον κατακόρυφο σταθερό άξονα  $z'z$  και η γωνιακή του ταχύτητα  $\omega$  μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως στο διάγραμμα  $\omega(t)$ .



- α.** Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$  και της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\upsilon}$  του στερεού: είναι για  $0s \leq t < 4s$  ομόρροπα και για  $t > 4s$  αντίρροπα,  
**β.** Την  $t=4s$  μηδενίζεται ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.  
**γ.** Την  $t=3s$  η γωνιακή ταχύτητα του στερεού έχει τιμή  $\omega = 10 \text{ rad/s}$   
**δ.** Στο χρονικό διάστημα  $0s \leq t \leq 6s$  το στερεό έχει μετατοπισθεί ως προς την αρχική θέση κατά  $N = \frac{15}{\pi}$  στροφές και έχει διαγράψει συνολικά ( ανεξάρτητα από τη φορά στροφής) κατά  $N' = \frac{25}{\pi}$  στροφές.

**A.3** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης  $F = -bv$  ( $b = \text{σταθερά}$ ) ο ταλαντωτής την  $t_0 = 0$  είναι σε ακραία θετική θέση ( πλάτος)  $A_0$  και ο λόγος δύο οποιοδήποτε ανά περίοδο διαδοχικών πλατών είναι σταθερός  $\frac{A_{n-1}}{A_n} = \lambda$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 10T$  ( $T = \text{περίοδος ταλάντωσης}$ ) ο ταλαντωτής έχει πλάτος  $A'$  ίσο με:

- α.**  $A' = \lambda^{-10} A_0$       **β.**  $A' = \lambda^{10} A_0$       **γ.**  $A' = \frac{A_0}{10\lambda}$       **δ.**  $A' = 10\lambda A_0$

**A.4** Το σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$  είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς  $K$  και εκτελεί την εξαναγκασμένη ταλάντωση της διάταξης του σχήματος. Μεταβάλλουμε την περίοδο περιστροφής του δίσκου-

διεγέρτη από την τιμή  $T_1 = 4\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$  στην

τιμή  $T_2 = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{K}}$ . Τότε το πλάτος

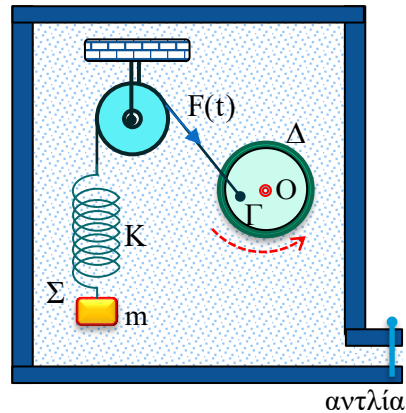
ταλάντωσης

α. αρχικά μειώνεται και μετά αυξάνεται,

β. μειώνεται συνεχώς,

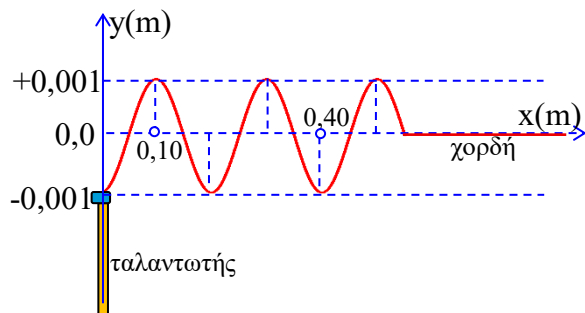
γ. αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται,

δ. συνεχώς αυξάνεται.



**A.5** Σε μια γεννήτρια συχνοτήτων είναι προσαρμοσμένος ένα στέλεχος-ταλαντωτής που εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση με

συχνότητα που καθορίζεται από την γεννήτρια συχνοτήτων. Στο άκρο του στελέχους είναι δεμένο το άκρο ενός οριζόντιου λεπτού νήματος. Το στέλεχος – ταλαντωτής αρχίζει ταλαντώνεται την



$t_0=0$  με χρονική εξίσωση απομάκρυνσης  $y(t) = 0,001\eta\mu(5\pi t)$  (S.I) και ταυτόχρονα αρχίζει η διάδοση κύματος στη χορδή  $Ox$ . Κάποια χρονική στιγμή  $t_1$  φωτογραφίζουμε την διάταξη και παίρνουμε το στιγμιότυπο του κύματος που αποδίδεται στο σχήμα.

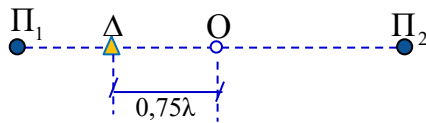
α. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος στη χορδή είναι  $v=2,5\text{m/s}$ .

β. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής είναι  $v=0,5\text{m/s}$ .

γ. Η χρονική στιγμή  $t_1$  που λήφθηκε το στιγμιότυπο είναι  $t_1=1,10\text{ s}$ .

δ. Τη χρονική στιγμή  $t_2 = 1,4\text{s}$  το κύμα έχει φθάσει στη θέση  $x = 0,75\text{m}$ .

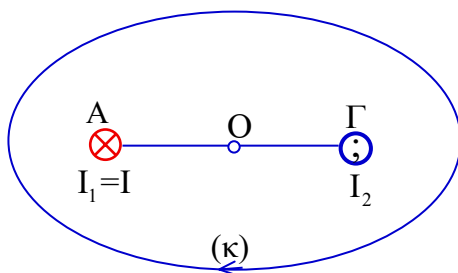
**A.6** Στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης υπάρχουν δύο σύγχρονες πηγές  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  παραγωγής κυμάτων που αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  με εξίσωση ταλάντωσης  $y(t)=A\eta\mu(\omega t)$  τα δε παραγόμενα



κύματα έχουν μήκος κύματος  $\lambda$ . Μια σηματοδύρα  $\Delta$  είναι πάνω στο τμήμα  $\Pi_1\Pi_2$  και απέχει από μέσον  $O$  της  $\Pi_1\Pi_2$  απόσταση  $(O\Delta)=0,75\lambda$ . Μετά την συμβολή των κυμάτων η σηματοδύρα  $\Delta$ ,

- είναι σε υπερβολή ενίσχυσης και μεταξύ  $\Delta$  και  $O$  υπάρχει άλλη μια υπερβολή ενίσχυσης,
- είναι σε υπερβολή ενίσχυσης και μεταξύ  $\Delta$  και  $O$  υπάρχουν άλλες δύο υπερβολές ενίσχυσης,
- είναι σε υπερβολή απόσβεσης και μεταξύ  $\Delta$  και  $O$  υπάρχουν και άλλες δύο υπερβολές απόσβεσης,
- είναι σε υπερβολή απόσβεσης και μεταξύ  $\Delta$  και  $O$  υπάρχει και άλλη μία υπερβολή απόσβεσης.

**A.7** Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί (1) και (2) απείρου μήκους είναι παράλληλοι και διαρρέονται από ρεύματα  $I_1=I$  και  $I_2$  αντιστοίχως. Στο μέσον  $O$  της απόστασης  $A\Gamma$  των δύο αγωγών το μαγνητικό πεδίο του αγωγού (1) έχει ένταση  $B_1=B$ , το δε συνολικό μαγνητικό πεδίο και των



δύο αγωγών στο  $O$  έχει ένταση  $B_{ολ}=3B$ , ομόρροπη της  $\vec{B}_1$ .

Θεωρούμε κλειστή γραμμή  $(\kappa)$  ωρολογιακής φοράς που περικλείει και τους δύο αγωγούς. Η κυκλοφορία του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος της γραμμής  $(\kappa)$  που αποδίδεται από την ποσότητα  $\sum B\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta$  έχει τιμή

- $\sum B\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = 0$
- $\sum B\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = 3\mu_0 I$
- $\sum B\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = -\mu_0 I$
- $\sum B\Delta\ell\sigma\upsilon\nu\theta = \mu_0 I$

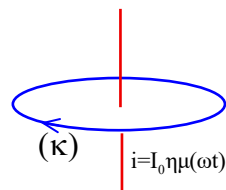


γ. Η ταχύτητα διάδοσης  $v$  ενός μηχανικού κύματος σε ένα δεδομένο μέσον είναι ανάλογη της συχνότητας του κύματος σύμφωνα με τη εξίσωση  $v=\lambda f$ .

δ. Στη επιφάνεια του νερού μια ήρεμης λίμνης υπάρχει μια μικρή ακίδα που εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση και έτσι δημιουργείται επιφανειακό αρμονικό κύμα. Για το κύμα αυτό την ίδια χρονική στιγμή δεν υπάρχουν περισσότερα από ένα σημεία που να έχουν τη ίδια φάση ταλάντωσης.

ε. Η κλειστή γραμμή ( $\kappa$ ) στην οποία θεωρούμε ωρολογιακή φορά διαγραφής περικλείει αγωγό που διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα  $i=I_0\eta\mu(\omega t)$ . Η κυκλοφορία του μαγνητικού κατά μήκος της ανωτέρω γραμμής είναι

$$\sum_{(\kappa)} B\Delta\ell\cos\theta=\mu_0\frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$



στ. Δύο παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα σταθερά ρεύματα απωθούνται καθώς τα κινούμενα φορτία στους δύο αγωγούς είναι ομόσημα.

ζ. Ο Thomson με το ομώνυμο πείραμά του προσδιόρισε το πηλίκο  $\frac{q_e}{m}$  (ειδικό

φορτίο) για σωματίδια που εκπέμποταν από πυρακτωμένη κάθοδο - που είναι σταθερό και ανεξάρτητο από τις συνθήκες του πειράματος - και που αργότερα διαπιστώθηκε ότι είναι τα ηλεκτρόνια.

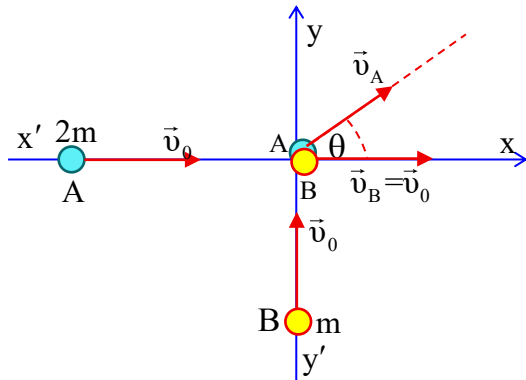
η. Η τάση στα Ελληνικά οικιακά δίκτυα είναι 220Volt. Η τιμή αυτή αναφέρεται στο πλάτος της παρεχόμενης εναλλασσόμενης τάσης.

θ. Το έργο εξαγωγής των φωτοηλεκτρονίων από την κάθοδο σε ένα φωτοκύτταρο μειώνεται όσο αυξάνεται η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

ι. Στο φαινόμενο Compton η μετατόπιση του μήκους κύματος του φωτονίου είναι ανεξάρτητη από την αρχική τιμή του μήκους κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

**Θέμα Β:**

**B.1** Δύο σφαίρες Α και Β με μάζες  $2m$  και  $m$  κινούνται σε κάθετους οριζόντιους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  με ίδιο μέτρο ταχύτητας  $v_0$  και συγκρούονται. Μετά την κρούση η σφαίρα Β κινείται στον άξονα  $x'x$  με ταχύτητα μέτρου  $v_B = v_0$ .



**α.** Μετά την κρούση η σφαίρα Α κινείται στην διεύθυνση που

σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $\theta = 45^\circ$ .

**β.** Η κρούση των δύο σφαιρών είναι ανελαστική με απώλεια κινητικής ενέργειας

$$|\Delta K| = \frac{1}{2} m v_0^2.$$

Ελέγξτε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

Ελέγξτε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης

**B.2** Στους δίσκους μιας διπλής τροχαλίας με ακτίνες  $r$  και  $R=2r$  είναι τυλιγμένα αρκετές φορές δύο μη εκτατά νήματα από τα οποία εξαρτώνται ένα δοχείο  $\Delta$  και ένα σώμα  $\Sigma$  που βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο ( $\varepsilon$ ) και όλη η διάταξη ισορροπεί.

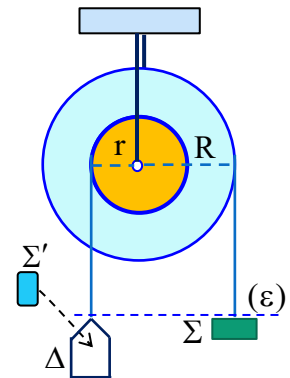
Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  βάζουμε στο δοχείο  $\Delta$  ένα άλλο σώμα  $\Sigma'$ , οπότε το δοχείο  $\Delta$  κατέρχεται το δε σώμα  $\Sigma$  ανέρχεται και η τροχαλία στρέφεται αντί - ωρολογιακά.

Οι κινήσεις του  $\Delta$  και  $\Sigma$  είναι ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες, της δε τροχαλίας στροφική ομαλά επιταχυνόμενη. Τη χρονική στιγμή  $t=t_1$  που ο δίσκος

$\Delta$  και το σώμα  $\Sigma$  απέχουν κατακόρυφη απόσταση  $h$  η τροχαλία έχει γράψει πλήθος στροφών  $N$  που έχει τιμή,

**α.**  $N = \frac{h}{2\pi r}$     **β.**  $N = \frac{2h}{5r}$     **γ.**  $N = \frac{h}{4r}$     **δ.**  $N = \frac{h}{6\pi r}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.



**B.3** Σε μια χορδή  $OB = L$  με ελεύθερο το άκρο  $O$  και δεμένο το άλλο άκρο  $B$ , για να σχηματίζεται στάσιμο κύμα με κοιλία στο  $O$  απαιτείται ελάχιστη συχνότητα διέγερσης  $f_0 = 12\text{Hz}$ .

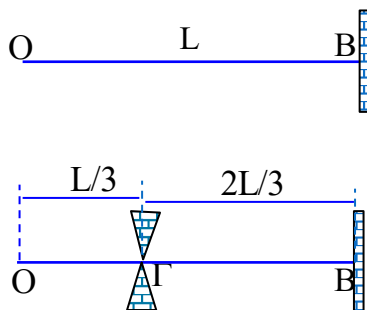
Την ανωτέρω χορδή την ακινητοποιούμε και σε ένα άλλο σημείο  $\Gamma$  με  $(O\Gamma) = \frac{L}{3}$  και

διεγείρουμε και τα δύο τμήματα με την ίδια κοινή συχνότητα ώστε να σχηματίζονται στάσιμα κύματα και στα δύο τμήματα με κοιλία στο  $O$ . Οι δύο μικρότερες κοινές τιμές της συχνότητας για να σχηματίζονται στάσιμα κύματα και στα δύο τμήματα  $O\Gamma$  και  $\Gamma B$  είναι

**α.**  $f_{01} = 12\text{Hz}$ ,  $f_{02} = 36\text{Hz}$     **β.**  $f_{01} = 24\text{Hz}$ ,  $f_{02} = 72\text{Hz}$

**γ.**  $f_{01} = 36\text{Hz}$ ,  $f_{02} = 108\text{Hz}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση



**B.4** Ένα σωληνοειδές συνδέεται με ιδανική πηγή σταθερής ΗΕΔ-Ε και το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό αυτού είναι  $B$ . Ενώνουμε το σωληνοειδές αυτό με ένα άλλο όμοιό του και έτσι δημιουργούμε άλλο σωληνοειδές με διπλάσιο μήκος και το οποίο το συνδέουμε με την ίδια ιδανική πηγή σταθερής ΗΕΔ-Ε. Το μέτρο της έντασης  $B'$  του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του νέου σωληνοειδούς είναι,

**α.**  $B' = B$     **β.**  $B' = 2B$     **γ.**  $B' = \frac{B}{2}$     **δ.**  $B' = \frac{B}{4}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

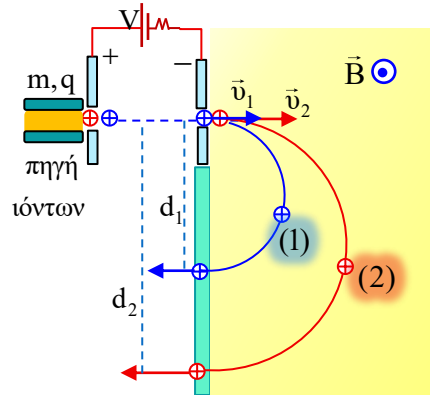
**B.5** Ένα πρωτόνιο ( $q, m$ ) και ένα σωματίο  $\alpha$  ( $2q, 4m$ ) επιταχύνονται από τάση  $V$  και με τις ταχύτητες που αποκτούν εισέρχονται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$ .

**α.** Αν εισέλθουν κάθετα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  οι τροφορμές αυτών  $L_1$  και  $L_2$  – ως προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφουν – έχουν τιμές που συνδέονται με την σχέση,  $L_1 = \frac{L_2}{4}$ .

**β.** Αν εισέλθουν με τις ταχύτητες να σχηματίζουν γωνία  $\varphi$  με τις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$  διαγράφουν ελικοειδείς τροχιές με βήματα  $\beta_1$  και  $\beta_2$  που συνδέονται με την σχέση  $\beta_1 = \frac{\beta_2}{2}$ .

Εξετάστε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

**B.6** Στο σχήμα φαίνεται μια πηγή δημιουργίας δύο ειδών θετικών μονοσθενών ιόντων με διαφορετικές μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , τα οποία αφού επιταχυνθούν από τάση  $V$  εισέρχονται με ταχύτητες κάθετες στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$  ενός φασματογράφου μάζας. Τα ιόντα αυτά αφού διαγράψουν ημικυκλικές τροχιές αφήνουν αποτυπώματα στη φωτογραφική πλάκα του φασματογράφου. Τα αποτυπώματα αυτά για τα δύο ιόντα



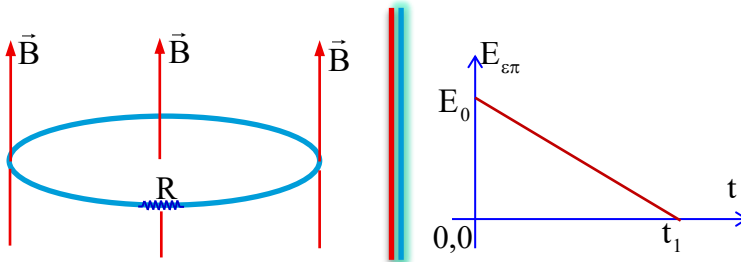
(1) και (2) απέχουν αποστάσεις από το σημείο εισόδου  $d_1$  και  $d_2$  με  $d_2 = 2d_1$ .

Τα δύο ιόντα (1) και (2) στην κίνησή τους μέσα στον φασματογράφο μάζας έχουν στροφορμές ως προς τα κέντρα των κυκλικών τους τροχιών  $\vec{L}_1$  και  $\vec{L}_2$  αντίστοιχα που τα μέτρα τους συνδέονται με την σχέση,

**α.**  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2}$       **β.**  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{4}$       **γ.**  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{8}$       **δ.**  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{16}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

**B.7** Ένας οριζόντιος κυκλικός αγωγός αντίστασης  $R$  είναι μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο του οποίου την  $t_0=0$  αρχίζει να μειώνεται και έτσι στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ επαγωγής που χρονικά μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα .



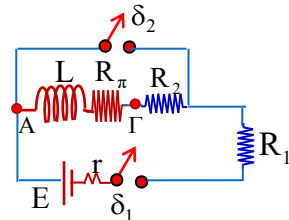
Στο χρονικό διάστημα από  $t_0=0$  έως  $t=t_1$  το επαγωγικό φορτίο που μετατοπίστηκε μέσα από μια διατομή του αγωγού είναι,

α.  $q = \frac{E_0 t_1}{R}$       β.  $q = \frac{E_0 t_1}{2R}$       γ.  $q = \frac{2E_0 t_1}{R}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

**B.8** Στο κύκλωμα του σχήματος η πηγή συνεχούς ( $E, r = R$ ) τροφοδοτεί τους αντιστάτες  $R_1=2R$ ,  $R_2=R$  και το πραγματικό πηνίο ( $L, R_\pi = R$ ).

Με ανοικτό τον διακόπτη  $\delta_2$  κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta_1$  και παρατηρούμε ότι η ένταση ρεύματος στο κύκλωμα αυξάνεται με μέγιστο ρυθμό  $50\text{A/s}$ .



Στη ανωτέρω διάρκεια αποκατάστασης του ρεύματος κάποια στιγμή  $t_1$  στο πηνίο έχει αποθηκευτεί ενέργεια μαγνητικού πεδίου ίση με το 25% της μέγιστης ενέργειας μαγνητικού πεδίου που αποθηκεύεται στο πηνίο.

α. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το πηνίο ΑΓ παίρνει ενέργεια με ισχύ  $P = \frac{3}{50} \frac{E^2}{R}$ .

β. Μετά την αποκατάσταση της έντασης ρεύματος ανοίγουμε τον διακόπτη  $\delta_1$  και κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta_2$ . Στην περίπτωση αυτή η ένταση ρεύματος στο κύκλωμα μειώνεται με μέγιστο ρυθμό  $20\text{J/s}$ .

Εξετάστε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

**B.9** Σε ένα πείραμα Compton σκέδασης ακτίνων X σε ακίνητα ηλεκτρόνια η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου είναι  $E_{\phi,1} = \frac{1}{3} mc^2$  και η γωνία σκέδασης  $\theta = 90^\circ$ . (  $m$  η μάζα του ηλεκτρονίου και  $c$  η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό).

**α.** Η ενέργεια του σκεδαζομένου φωτονίου είναι  $E_{\phi,2} = \frac{1}{4} mc^2$ .

**β.** Η ορμή του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση είναι  $p_e = \frac{1}{12} mc$ .

**γ.** Η κινητική ενέργεια του του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση είναι  $K_e = \frac{1}{12} mc^2$

**δ.** Το μήκος κύματος κατά de Broglie του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση είναι  $\lambda_e = 2,4 \frac{h}{mc}$ .

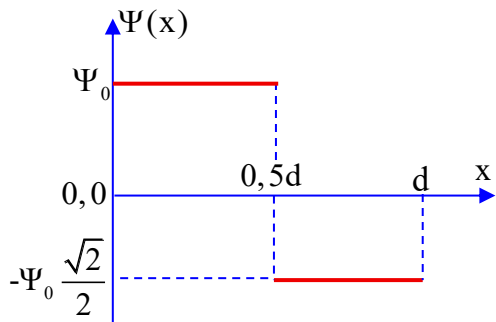
**B.10** Ένα στοιχειώδες σωματίδιο βρίσκεται στε άξονα  $x'x$  και στην περιοχή από  $x=0$  έως  $x=d$ , η δε κυματοσυνάρτηση  $\Psi(x)$  που το περιγράφει τη χρονική στιγμή  $t$  αποδίδεται στο διάγραμμα .

**α.** Η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στην περιοχή από  $x=0$  έως  $x=0,5d$  είναι  $\pi_1 = 0,5\Psi_0^2 d$

**β.** Η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στην περιοχή από  $x=0,5d$  έως  $x=d$  είναι  $\pi_1 = 0,125\Psi_0^2 d$ .

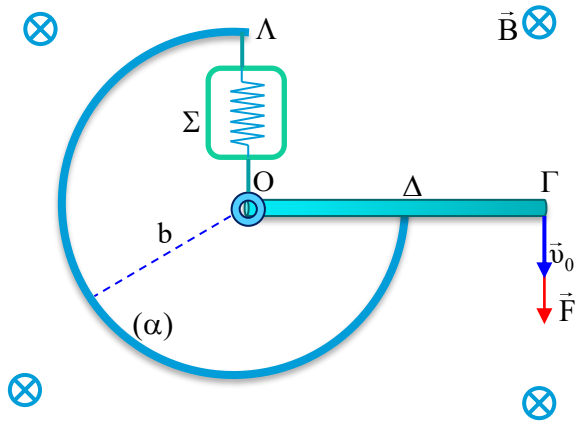
**γ.** Η τιμή  $\Psi_0$  της κυματοσυνάρτησης είναι  $\Psi_0 = \frac{2\sqrt{3}}{3d}$

Ελέγξτε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρόταση



**Θέμα Γ:**

Πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο υπάρχει ακλόνητα στερεωμένος κυκλικός αγωγός (α) ακτίνας  $b=0,5\text{m}$  και αμελητέας αντίστασης. Μια λεπτή κυλινδρική αγωγίμη ομογενής μεταλλική ράβδος ΟΓ μάζας  $m=0,025\text{Kg}$ , μήκους  $L=1\text{m}$  και αντίστασης  $R=0,8\Omega$  είναι αγωγίμα αρθρωμένη στο κέντρο Ο του κυκλικού αγωγού. Η ράβδος μπορεί να εκτελεί στροφική



κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από την άρθρωση Ο και ολισθαίνοντας χωρίς τριβές πάνω στον αγωγό οδηγό (α), όπως στο σχήμα. Μια θερμική συσκευή Σ με χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας (3V, 15W) είναι αγωγίμα συνδεδεμένη στο κέντρο Ο και το άκρο Λ του αγωγού (α). Με ένα απότομο οριζόντιο κτύπημα η ράβδος αρχίζει να στρέφεται με το άκρο της Γ να έχει ταχύτητα  $v_0=20\text{m/s}$ . Ταυτόχρονα στο άκρο Γ της ράβδου ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  κάθετη στη ράβδο, ώστε αυτή να στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με αυτή που απέκτησε από το κτύπημα. Αν τώρα η συσκευή Σ λειτουργεί κανονικά να υπολογισθούν:

- Γ.1 η ένταση ρεύματος που διαρρέει το κλειστό κύκλωμα,
- Γ.2 η ένταση μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$ ,
- Γ.3 η τάση στα άκρα του αγωγού ΟΓ,
- Γ.4 το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ ,
- Γ.5 η οριζόντια δύναμη που ασκεί η άρθρωση στην ράβδο,
- Γ.6 η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στην ράβδο.

**Θέμα Δ:**

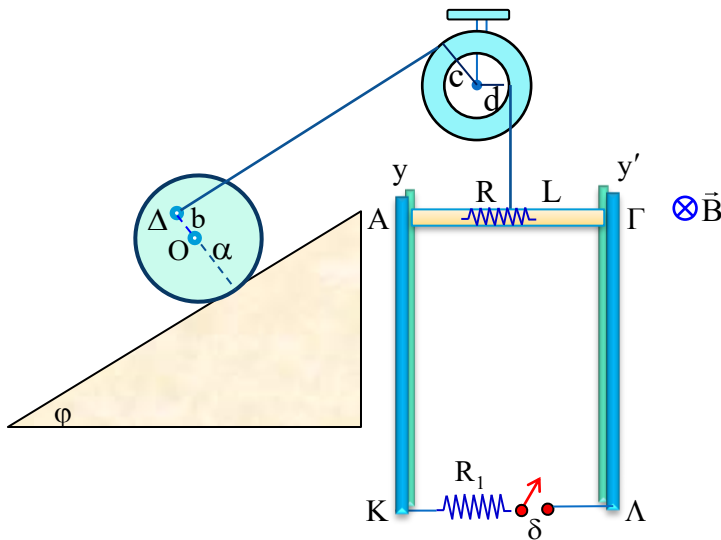
Στη διάταξη του σχήματος που αρχικά ισορροπεί δίνονται:

Δίσκος στο κεκλιμένο επίπεδο: Μάζα  $m=2\text{Kg}$ ,  $ΟΔ=b$ , ακτίνα  $a=2b$ , γωνία κεκλιμένου επιπέδου  $\varphi$  με  $\eta\mu\varphi=0,6$  και  $\sigma\upsilon\eta\varphi=0,8$

Διπλή τροχαλία με ακτίνες  $c$  και  $d=0,8c$

Αγωγοί-οδηγοί  $Ky, \Lambda y'$  χωρίς αντίσταση, κατακόρυφοι και ακλόνητα στερεωμένοι με άκρα τους  $K, \Lambda$  να γεφυρώνονται μέσω διακόπτη  $\delta$  με αντίσταση  $R_1=0,6\Omega$ , ενώ στην περιοχή υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο  $B=2T$  κάθετο στους αγωγούς-οδηγούς.

Αγωγός  $A\Gamma$ , μήκους  $L=1m$  και αντίστασης  $R=0,4\Omega$  που δε παρουσιάζει αντίσταση με του αγωγούς-οδηγούς.



Να υπολογισθούν:

**Δ.1** όλες τις ασκούμενες στον δίσκο δυνάμεις,

**Δ.2** η μάζα του αγωγού  $A\Gamma$ .

Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα, οπότε ο αγωγός  $A\Gamma$  κατέρχεται και ύστερα από κατακόρυφη μετατόπισή του κατά  $\Delta y=0,45m$  κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta$  και ο αγωγός συνεχίζοντας την κίνηση αποκτά σταθερή -οριακή ταχύτητα.

Να βρεθούν:

**Δ.3** η μέγιστη αλλά και η σταθερή -οριακή ταχύτητα του αγωγού στην ανωτέρω κίνηση,


**Δ.4** οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας του αγωγού αλλά και ο ρυθμός προσφοράς ηλεκτρικής ενέργειας στο κύκλωμα, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta$ ,

**Δ.5** το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο  $\Delta t=0,5s$  μετά την απόκτηση της οριακής ταχύτητας.

Μετά το κόψιμο των νημάτων ο δίσκος κατέρχεται με κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή επιτάχυνση μεταφοράς. Όταν το κέντρο του έχει κατακόρυφη μετατόπιση  $h = 0,5\text{m}$  θα έχει ταχύτητα  $v_{\text{cm}} = 2\text{m/s}$ . Να υπολογισθούν:

Δ.6 η επιτάχυνση  $a_{\text{cm}}$  μεταφοράς του δίσκου αλλά και η ταχύτητα την ανωτέρω στιγμή του σημείου Δ.

Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .



Απαντήσεις

**Θέμα Α'****Α.1 -γ**

Οι ασκούμενες δυνάμεις στη μεταλλική επιφάνεια είναι το βάρος της  $m\vec{g}$ , η δύναμη στήριξης από το δάπεδο  $\vec{N}$ , οι τέσσερις δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  και η δύναμη της άρθρωσης  $\vec{F}_\alpha$ .

Επειδή η επιφάνεια ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα  $z'z$  ισχύει  $\Sigma \vec{F}_z = 0 \Rightarrow m\vec{g} + \vec{N} = 0$

$$\Rightarrow \vec{N} = -m\vec{g} \quad (1).$$

Επειδή η μεταλλική επιφάνεια είναι αρθρωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο άξονα στο  $\Gamma$  δεν μεταφέρεται, οπότε αναγκαστικά ισχύει  $\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow$

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_\alpha = 0 \xrightarrow{(1)} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_\alpha = 0 \quad (2)$$

Επίσης για την συνολική ροπή όλων των δυνάμεων ως προς τον ακλόνητο κατακόρυφο άξονα περιστροφής της επιφανείας, ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = \tau_{F_1} + \tau_{F_2} + \tau_{F_3} + \tau_{F_4} + \tau_{F_\alpha} \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = F_1 \cdot 0 - F_2 \cdot L - F_3 \cdot 0,5L + F_4 \cdot 1,5L + F_\alpha \cdot 0 \Rightarrow$$

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 - F \cdot L - F \cdot 0,5L + F \cdot 1,5L + 0 \Rightarrow \Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \quad (3).$$

(\*) Η ροπή τόσο της  $m\vec{g}$  όσον και της  $\vec{N}$  είναι μηδενικές επειδή οι δυνάμεις αυτές είναι παράλληλες με τον άξονα κατακόρυφο άξονα περιστροφής  $z'z$  που διέρχεται από το  $\Gamma$ .

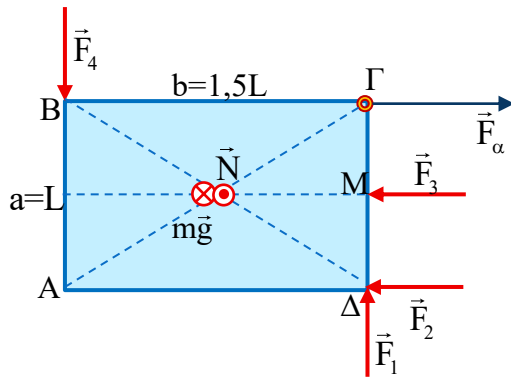
Έτσι έχουμε:

**α- λάθος**, πράγματι  $\Sigma \vec{F} = 0$  αλλά και  $\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0$

**β- λάθος**,  $\Sigma \vec{F} = 0$  αλλά και  $\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0$

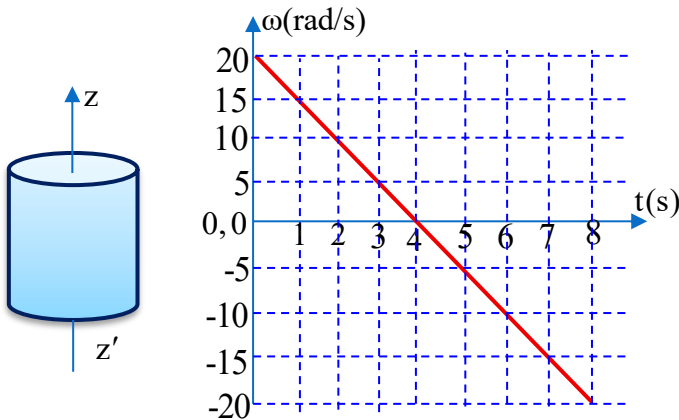
**γ- σωστό**, πράγματι έχουμε μεταφορική και στροφική ισορροπία της μεταλλικής επιφανείας  $\Sigma \vec{F} = 0$  αλλά και  $\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0$

**δ - λάθος**, από την (2) έχουμε  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_\alpha = 0 \Rightarrow$



$$(\vec{F}_1 + \vec{F}_4) + (\vec{F}_2 + \vec{F}_3) + \vec{F}_\alpha = 0 \Rightarrow 0 + (\vec{F}_2 + \vec{F}_3) + \vec{F}_\alpha = 0 \Rightarrow \vec{F}_\alpha = -(\vec{F}_2 + \vec{F}_3) \Rightarrow F_\alpha = 2F$$

## A.2-δ



Επειδή η  $\omega(t)$  είναι ευθεία με δεδομένη κλίση – συντελεστική διεύθυνσης  $\frac{d\omega}{dt}$  έχουμε

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \text{σταθερή} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \xrightarrow{\text{S.I}} \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{0 - 20 \text{ rad/s}}{4 - 0} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = -5 \text{ rad/s}^2 = \text{σταθερή}.$$

Η χρονική εξίσωση της  $\omega(t)$  είναι  $\omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu}(t - t_0) \xrightarrow{\text{(S.I)}} \omega = 20 - 5(t - 0) \Rightarrow \omega = 20 - 5t$  (S.I).

**α- λάθος**,  $\omega > 0$  για  $0 \leq t < 4\text{s}$  και  $\omega < 0$  για  $t > 4\text{s}$  ενώ  $\alpha_{\gamma\omega\nu} < 0$  για κάθε χρονική στιγμή. Έτσι παρατηρούμε ότι  $\vec{\omega}, \vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$  είναι αντίρροπα για  $0 \leq t < 4\text{s}$  και ομόρροπα για  $t > 4\text{s}$

**β- λάθος**,  $\frac{d\omega}{dt} = \alpha_{\gamma\omega\nu} = -5 \text{ rad/s}^2$  για κάθε χρονική στιγμή, οπότε και για  $t = 4\text{s}$  θα

έχουμε  $\frac{d\omega}{dt} = -5 \text{ rad/s}^2$

**γ- λάθος**,  $\omega = 20 - 5t \xrightarrow{t=3\text{s}} \omega = 5 \text{ rad/s}$

**δ- σωστό**,  $\omega = 20 - 5t \xrightarrow{t=6\text{s}} \omega = -10 \text{ rad/s}$

Για  $0 \leq t \leq 4s$  η γωνιακή μετατόπιση είναι  $\Delta\varphi_1 = \frac{1}{2} 4s \cdot 20 \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow \Delta\varphi_1 = 40\text{rad}$

που αντιστοιχούν σε  $N_1 = \frac{\Delta\varphi_1}{2\pi} \Rightarrow N_1 = \frac{40}{2\pi} = \frac{20}{\pi}$  στροφές.

Για  $4s \leq t \leq 6s$  η γωνιακή μετατόπιση είναι  $\Delta\varphi_2 = \frac{1}{2} (6-4)s \cdot (-10) \frac{\text{rad}}{s} \Rightarrow$

$\Delta\varphi_2 = -10\text{rad}$  που αντιστοιχούν σε  $N_2 = \frac{\Delta\varphi_2}{2\pi} \Rightarrow N_2 = -\frac{10}{2\pi} = -\frac{5}{\pi}$  στροφές.

Για  $0 \leq t \leq 6s$

- η γωνιακή μετατόπιση του στερεού αντιστοιχεί σε  $N = N_1 + N_2 \Rightarrow N = \frac{20}{\pi} - \frac{5}{\pi}$

$\Rightarrow N = \frac{15}{\pi}$  στροφές

- το σύνολο των στροφών είναι  $N' = |N_1| + |N_2| \Rightarrow N' = \frac{20}{\pi} + \frac{5}{\pi} \Rightarrow$

$N = \frac{25}{\pi}$  στροφές.

### A.3-β

Για τη φθίνουσα ταλάντωση σημειώνουμε χρονικές στιγμές και αντίστοιχη ακραία θετική θέση (πλάτος)

Χρονική στιγμή  $t_0=0$   $t_1=1T$   $t_2=2T$   $t_3=3T$   $t_9=9T$   $t_{10}=10T$

Πλάτος  $A_0$   $A_1$   $A_2$   $A_3$   $A_9$   $A'=A_{10}$

Επειδή για διαδοχικά ανά περίοδο πλάτη ισχύει  $\frac{A_{n-1}}{A_n} = \lambda$  έχουμε ,

$\frac{A_1}{A_0} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{A_3}{A_2} = \dots = \frac{A_{10}}{A_9} = \lambda$ , οπότε

$$A_1 = \lambda A_0$$

$$A_2 = \lambda A_1$$

$$A_3 = \lambda A_2$$

...

$$A_{10} = \lambda A_9$$

} πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη έχουμε:

$$A_1 A_2 A_3 \dots A_{10} = \lambda^{10} A_0 A_1 A_2 \dots A_9 \Rightarrow A_{10} = \lambda^{10} A_0 \text{ ή } A' = \lambda^{10} A_0$$

Άρα **σωστή η πρόταση (β)**

#### A.4 -γ

Η ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή είναι

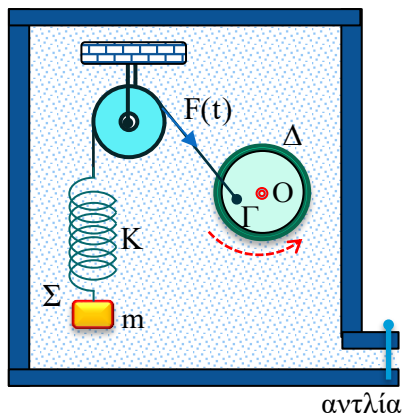
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (1)$$

Όταν η περίοδος του διεγέρτη είναι

$$T_1 = 4\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \text{ η συχνότητα του διεγέρτη}$$

$$\text{είναι } f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow$$

$$f_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \xrightarrow{(1)} f_1 = \frac{f_0}{2}.$$

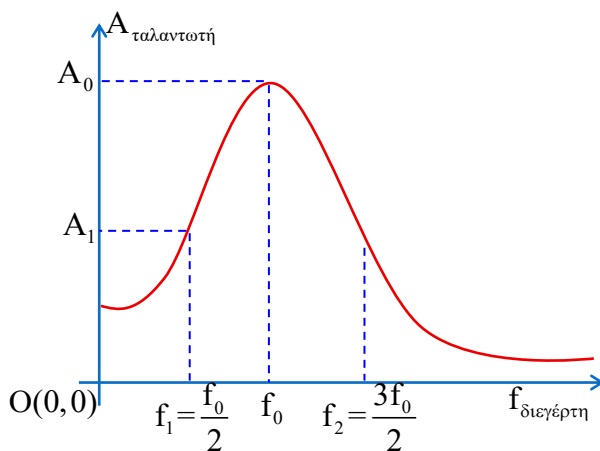


Όταν η περίοδος του διεγέρτη είναι  $T_2 = \frac{4\pi}{3} \sqrt{\frac{m}{K}}$  η συχνότητα του διεγέρτη είναι

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{3}{4\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \Rightarrow f_2 = \frac{3}{2} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} \xrightarrow{(1)} f_2 = \frac{3f_0}{2}$$

Από την καμπύλη συντονισμού παρατηρούμε ότι όταν η συχνότητα του διεγέρτη μεταβάλλεται από την τιμή  $f_1 = \frac{f_0}{2}$  μέχρι την τιμή  $f_2 = \frac{3f_0}{2}$  το πλάτος της ταλάντωσης αρχικά αυξάνεται (μέχρι τον συντονισμό) και μετά μειώνεται.

Άρα **σωστή η πρόταση (γ)**



**A.5-γ**

Από την  $y(t)=0,001\eta\mu(5\pi t)$  (S.I) έχουμε πλάτος κύματος  $A=0,001\text{m}$ ,  $\omega=5\pi \text{ rad/s}$

$$\Rightarrow 2\pi f=5\pi \Rightarrow f=2,5\text{Hz}$$

$$\text{και } T = \frac{1}{f} = 0,40\text{s}$$

Από τη γραφική παράσταση  $y(x)$  του στιγμιότυπου κύματος παρατηρούμε ότι  $0,40\text{m} = 2\lambda \Rightarrow \lambda=0,20\text{m}$

**α.** Ταχύτητα διάδοσης του κύματος:  $v=\lambda f \xrightarrow{\text{S.I}}$

$$v=0,20\text{m} \cdot 2,5\text{s}^{-1} \Rightarrow v=0,50\text{m/s}, \text{ α- λάθος.}$$

**β.** Μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής:  $v_{\max}=\omega A \xrightarrow{\text{S.I}}$

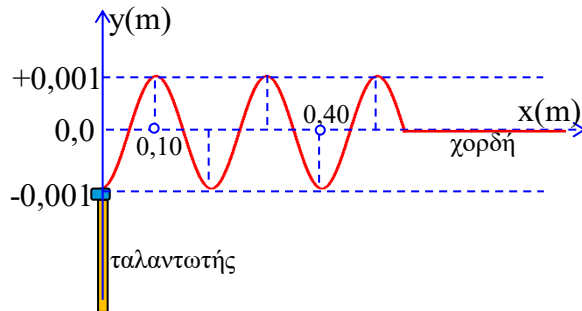
$$v_{\max}=5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,001\text{m} \Rightarrow v_{\max}=5\pi \cdot 10^{-3} \text{m/s}, \text{ β- λάθος.}$$

**γ.** Από τη γραφική παράσταση  $y(x)$  του στιγμιότυπου παρατηρούμε ότι το μήκος της χορδής που έχει διαδοθεί το κύμα είναι  $\Delta x=11\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_1-x_0=11\frac{\lambda}{4} \Rightarrow x_1=11\frac{\lambda}{4}$ .

Αν  $t_1$  η στιγμή του στιγμιότυπου και δεδομένου ότι το κύμα άρχισε να διαδίδεται τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  έχουμε,  $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_1-x_0}{t_1-t_0} \Rightarrow v=\frac{11\lambda/4-0}{t_1-0} \xrightarrow{\text{S.I}}$

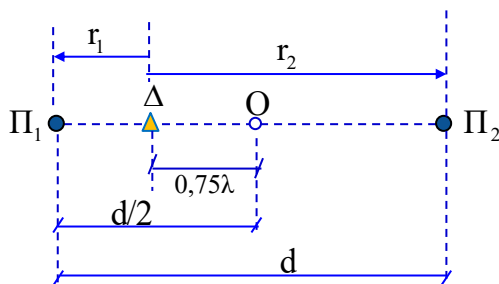
$$0,50=\frac{11 \cdot 0,2/4}{t_1} \Rightarrow t_1=1,1\text{s}, \text{ γ-σωστή.}$$

**δ.**  $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-0}{t_2-0} \Rightarrow x_2=vt_2 \xrightarrow{\text{S.I}} x_2=0,50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,40\text{s}=0,70\text{m}, \text{ δ- λάθος}$



**A.6-γ**

Αν  $d$  η απόσταση των δύο πηγών  $\Pi_1, \Pi_2$  και  $O$  το μέσον της  $\Pi_1 \Pi_2$ , από σχήμα και τα δεδομένα της άσκησης παρατηρούμε ότι η σημαδούρα  $\Delta$  απέχει,



- από την πηγή  $\Pi_1$  απόσταση

$$r_1 = \frac{d}{2} - 0,75\lambda$$

- από την πηγή  $\Pi_2$  απόσταση  $r_2 = \frac{d}{2} + 0,75\lambda$

Παρατηρούμε ότι  $r_1 - r_2 = \left(\frac{d}{2} - 0,75\lambda\right) - \left(\frac{d}{2} + 0,75\lambda\right) \Rightarrow r_1 - r_2 = -1,50\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = -3 \frac{\lambda}{2}$ .

Επειδή πληρούται η συνθήκη  $r_1 - r_2 = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{2}$  η σημαδούρα ανήκει σε υπερβολή απόσβεσης με  $2\kappa + 1 = -3 \Rightarrow \kappa = -2$ , δηλαδή ανήκει στη 3<sup>η</sup> υπερβολή απόσβεσης πριν την μεσοκάθετο ( $\epsilon$ ) της  $\Pi_1 \Pi_2$  και προς την  $\Pi_1$ .

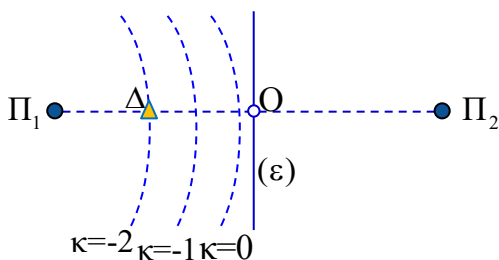
(\*)  $\kappa = 0$  1<sup>η</sup> υπερβολή απόσβεσης

$\kappa = -1$  2<sup>η</sup> υπερβολή απόσβεσης

$\kappa = -2$  3<sup>η</sup> υπερβολή απόσβεσης στην οποία ανήκει και η σημαδούρα  $\Delta$ .

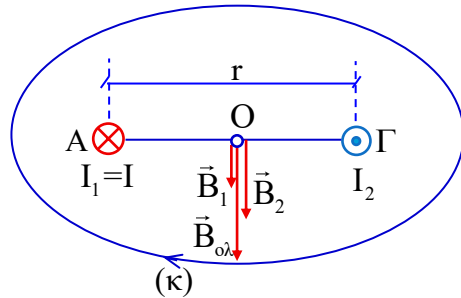
Άρα μεταξύ  $\Delta$  και  $O$  υπάρχουν άλλες δύο υπερβολές απόσβεσης.

**Σωστή η πρόταση (γ)**



**A.7-γ**

Επειδή η  $\vec{B}_{ολ}$  είναι ομόρροπη της  $\vec{B}_1$  και  $B_{ολ} > B_1$  πρέπει και η ένταση  $\vec{B}_2$  του μαγνητικού πεδίου του αγωγού έντασης  $I_2$  να είναι ομόρροπη της  $\vec{B}_1$ . Για να έχει την ανωτέρω φορά η ένταση  $\vec{B}_2$  πρέπει το ρεύμα του αγωγού Γ να έχει αντίθετη φορά από το ρεύμα του αγωγού Α ( βλέπε σχήμα ).



$$\vec{B}_{ολ} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow 3B = B + B_2 \Rightarrow B_2 = 2B \text{ ή } B_2 = 2B_1 \Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r/2} = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r/2}$$

$$\Rightarrow I_2 = 2I_1 \text{ ή } I_2 = 2I$$

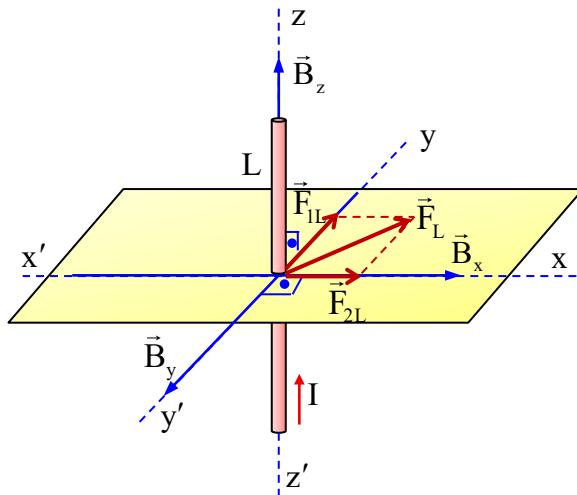
Η κυκλοφορία του μαγνητικού πεδίου στην κλειστή γραμμή (κ) είναι  $\sum B \Delta l \cos \theta = \mu_0 (I_1 - I_2) \Rightarrow \sum B \Delta l \cos \theta = \mu_0 (I - 2I) \Rightarrow \sum B \Delta l \cos \theta = -\mu_0 I$

Άρα **σωστή η πρόταση (γ)**

**A.8-γ**

Εξαιτίας της συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου

- $\vec{B}_z$  δεν ασκείται Laplace στον ρευματοφόρο αγωγό,
- $\vec{B}_x$  ασκείται Laplace στον ρευματοφόρο αγωγό που έχει τιμή  $F_{1,L} = B_x \Pi_L$  που έχει την διεύθυνση  $y'y$ , όπως στο σχήμα
- $\vec{B}_y$  ασκείται Laplace



στον ρευματοφόρο αγωγό που έχει τιμή  $F_{2,L} = B_y \Pi_L$  που έχει την διεύθυνση  $x'x$ , όπως στο σχήμα

Παρατηρούμε ότι  $\vec{F}_{1,L} \perp \vec{F}_{2,L}$ , οπότε η συνολική Laplace που ασκείται στον αγωγό έχει τιμή  $\vec{F}_L = \vec{F}_{1,L} + \vec{F}_{2,L} \Rightarrow F_L = \sqrt{F_{1,L}^2 + F_{2,L}^2} \Rightarrow F_L = \sqrt{(B_x IL)^2 + (B_y IL)^2} \Rightarrow \Rightarrow F_L = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \cdot IL$  **Αρα σωστή η πρόταση (γ)**

### A.9-γ

Από τη σχέση αβεβαιότητας για την ενέργεια  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$  προκύπτει μια άλλη σχέση αβεβαιότητας για την συχνότητα του φωτονίου που εκπέμπεται στην αποδιέγερση ατόμου,  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta(hf) \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow h\Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2\pi} \xrightarrow{\Delta t=10^{-8}s} \Delta f \cdot 10^{-8} \geq \frac{1}{2\pi} \Rightarrow \Delta f \geq \frac{10^8}{2\pi} \text{ Hz} \Rightarrow \Delta f \geq \frac{5}{\pi} \cdot 10^7 \text{ Hz} \Rightarrow \Delta f_{\min} = \frac{5}{\pi} \cdot 10^7 \text{ Hz}$ . **Αρα σωστή η πρόταση (γ)**

### A.10

#### α-Λάθος

Επειδή η κρούση είναι ελαστική και ο τοίχος ακίνητος έχουμε διατήρηση κινητικής ενέργειας,  $K_{\text{σφαίρας μετά}} = K_{\text{σφαίρας πριν}} \Rightarrow \frac{p_{\text{μετά}}^2}{2m} = \frac{p_{\text{πριν}}^2}{2m} \Rightarrow p_{\text{μετά}} = p_{\text{πριν}} = p_0$  (μέτρα).

Μεταβολή ορμής  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελική}} - \vec{p}_{\text{αρχική}} \Rightarrow \Delta p = -p_0 - p_0 \Rightarrow \Delta p = -2p_0 \neq 0$

**Σχόλιο:** Μέτρο της μεταβολής της ορμής, δηλαδή μέτρο του διανύσματος  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελική}} - \vec{p}_{\text{αρχική}}$  που είναι  $\Delta p = 2p_0 \neq 0$  ... και άλλο μεταβολή του μέτρου της ορμής που είναι  $\Delta p_{\text{μέτρου}} = 0$

#### β-Σωστό

Ένα σώμα ελεύθερο για μεταφορική και στροφική κίνηση με ελεύθερο άξονα περιστροφής – όπως το «κλειδί» της άσκησης - αν έχει τις προϋποθέσεις στροφικής κίνησης αυτή γίνεται γύρω από ελεύθερο άξονα που διέρχεται από το (cm) κέντρο μάζας. Στην άσκηση

- Αν το στιγμιαίο κτύπημα δώσει δύναμη που διέρχεται από το cm αυτή δεν έχει ροπή και η κίνηση είναι μόνο μεταφορική.
- Αν το στιγμιαίο κτύπημα δώσει δύναμη που δεν διέρχεται από το cm αυτή έχει στιγμιαία ροπή και η κίνηση είναι μεταφορική, αλλά και στροφική γύρω από

ελεύθερο άξονα που διέρχεται από το (cm)

### γ-Λάθος

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος σε ένα δεδομένο μέσον είναι σταθερή και εξαρτάται από το μέσον, ενώ το μήκος κύματος  $\lambda$  και η συχνότητα  $f$  είναι μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα,  $\lambda f = v = \text{σταθερή}$ .

### δ-Λάθος

Σε κάθε χρονική στιγμή τα σημεία μιας περιφέρειας της επιφανείας του νερού με κέντρο την πηγή του κύματος, έχουν την ίδια φάση.

### ε-Λάθος

Ο νόμος Ampere ισχύει για ρεύματα σταθερής έντασης.

### στ-Λάθος

Δύο παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα σταθερά ρεύματα έλκονται με μαγνητική δύναμη Laplace.

### ζ-Σωστό

### η-Λάθος

Η τιμή 220V αναφέρεται στην ενεργό τιμή της παρεχόμενης εναλλασσόμενης τάσης.

### θ-Λάθος

Το έργο εξαγωγής εξαρτάται μόνο από το υλικό της καθόδου.

### ι-Σωστό

Η μετατόπιση του μήκους κύματος στην σκέδαση Compton  $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$

συνδέεται μόνο με την γωνία σκέδασης.

## Θέμα Β'

### B.1 α-Σ, β-Σ

α. Διατήρηση ορμής του συστήματος των σφαιρών σε άξονες

$$p_{x,μετά} = p_{x,πριν} \Rightarrow 2mv_{A,x} + mv_0 = 2mv_0 \Rightarrow v_{A,x} = \frac{v_0}{2}$$

$$p_{y,μετά} = p_{y,πριν} \Rightarrow 2mv_{A,y} = mv_0 \Rightarrow v_{A,y} = \frac{v_0}{2}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{A,x} + \vec{v}_{A,y} \Rightarrow v_A = \sqrt{v_{A,x}^2 + v_{A,y}^2} \Rightarrow v_A = \sqrt{\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{2}\right)^2} \Rightarrow v_A = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

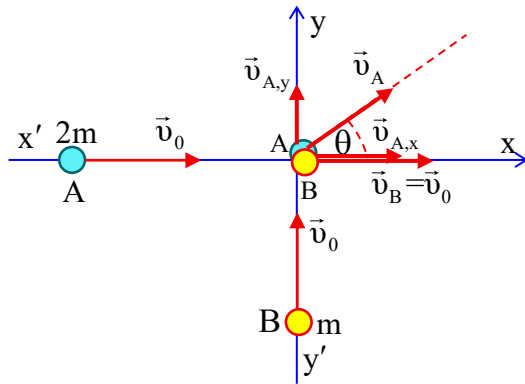
$$\Rightarrow v_A = \frac{v_0 \sqrt{2}}{2}$$

Η ταχύτητα  $\vec{v}_A$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $\theta$ ,

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{A,y}}{v_{A,x}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{v_0/2}{v_0/2} = 1$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad.}$$

Άρα **α-σωστή**



$$\beta. K_{\piριν} = \frac{1}{2} 2mv_0^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 \Rightarrow K_{\piριν} = \frac{3}{2} mv_0^2$$

$$K_{μετά} = \frac{1}{2} 2mv_A^2 + \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow K_{μετά} = \frac{1}{2} 2m \left(\frac{v_0}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{2} mv_0^2 \Rightarrow K_{μετά} = \frac{2}{2} mv_0^2$$

Επειδή  $K_{μετά} < K_{\piριν}$  η κρούση είναι ανελαστική.

$$\text{Απώλεια κινητικής ενέργειας συστήματος } \Delta K = K_{\piριν} - K_{μετά} \Rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{3}{2} mv_0^2 - \frac{2}{2} mv_0^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} mv_0^2. \text{ Άρα } \beta\text{-σωστή}$$

**B.2 -δ**

Στο σχήμα φαίνονται οι θέσεις του δοχείου  $\Delta$  και σώματος  $\Sigma$  τις χρονικές στιγμές  $t_0 = 0$  που είναι στο ίδιο ύψος και  $t > t_0$  που απέχουν απόσταση  $h$ .

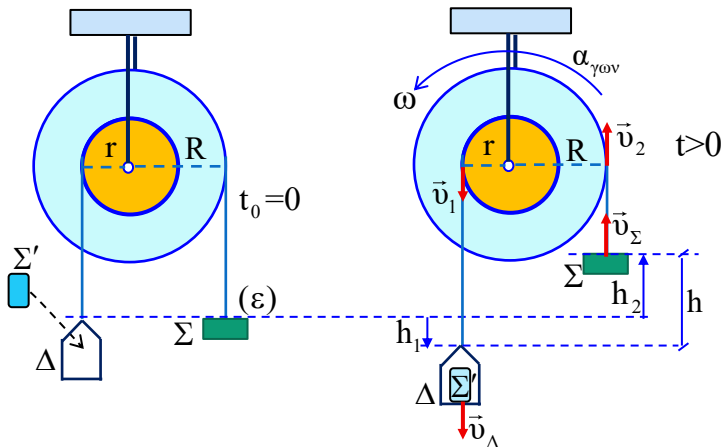
Επειδή τα νήματα είναι μη εκτατά έχουμε,

$$v_{\Delta} = v_{\text{νηματος}} = v_1 = \omega r \text{ και } \frac{dv_{\Delta}}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} \Rightarrow \frac{dv_{\Delta}}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha_{\Delta} = r \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (1)$$

$$v_{\Sigma} = v_{\text{νηματος}} = v_2 = \omega R \text{ και } \frac{dv_{\Sigma}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} \Rightarrow \frac{dv_{\Sigma}}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \alpha_{\Sigma} = R \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Από (1,2) βρίσκουμε τη σχέση επιταχύνσεων των  $\Delta$ ,  $\Sigma$

$$\frac{\alpha_{\Delta}}{\alpha_{\Sigma}} = \frac{r \alpha_{\gamma\omega\nu}}{R \alpha_{\gamma\omega\nu}} \Rightarrow \frac{\alpha_{\Delta}}{\alpha_{\Sigma}} = \frac{r}{2r} \Rightarrow \alpha_{\Sigma} = 2\alpha_{\Delta} \quad (3)$$



Στο χρονικό διάστημα  $t - t_0 = t$  το δοχείο  $\Delta$  και το σώμα  $\Sigma$  μετακινούνται κατά

$$h_1 = \frac{1}{2} \alpha_{\Delta} t^2 \text{ και } h_2 = \frac{1}{2} \alpha_{\Sigma} t^2 \text{ αντίστοιχα με } h = h_1 + h_2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \alpha_{\Delta} t^2 + \frac{1}{2} \alpha_{\Sigma} t^2 \Rightarrow$$

$$h = \frac{1}{2} (\alpha_{\Delta} + \alpha_{\Sigma}) t^2 \xrightarrow{(3)} h = \frac{3}{2} \alpha_{\Delta} t^2 \xrightarrow{(3)} h = \frac{3}{2} r \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2 \quad (4).$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα η τροχαλία διέγραψε γωνία στροφής  $\Delta\varphi = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} t^2$  (5).

Από (4,5) έχουμε  $\frac{\Delta\varphi}{h} = \frac{1}{3r} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{h}{3r}$ , οπότε οι στροφές που διέγραψε η τροχαλία

είναι  $N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{h/3r}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{h}{6\pi r}$ . Άρα **σωστή η πρόταση (δ)**

### B.3 -γ

Για να δημιουργηθούν στάσιμα κύματα στην αρχική χορδή OB πρέπει το μήκος της χορδής L και το μήκος κύματος να έχουν τέτοια σχέση ώστε να σχηματίζεται κοιλία στο O και δεσμός το B. Για να συμβαίνει αυτό πρέπει να πληρούται η σχέση

$$L = (2k+1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = (2k+1) \frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2k+1) \frac{v}{4L} \Rightarrow f = (2k+1)f_0, \text{ δηλαδή πρέπει}$$

οι συχνότητες διέγερσης της χορδής να είναι ακέραια περιττά πολλαπλάσια μιας θεμελιώδους

συχνότητας  $f_0 = \frac{v}{4L}$  που σύμφωνα

με την άσκηση έχει τιμή

$$f_0 = \frac{v}{4L} = 12\text{Hz} \quad (2).$$

Με ανάλογη λογική για να σχηματίζεται στάσιμο κύμα στο

τμήμα OΓ πρέπει  $\frac{L}{3} = (2k+1) \frac{\lambda'}{4} \Rightarrow$

$$L = 3(2k+1) \frac{v}{4f'} \Rightarrow f' = (2k+1) 3 \frac{v}{4L} \xrightarrow{(1)} f' = (2k+1) \cdot 36\text{Hz}, \text{ δηλαδή στάσιμο}$$

κύμα στο OΓ έχουμε για συχνότητες ακέραια περιττά πολλαπλάσια των 36Hz **36Hz, 3·36Hz, 5·36Hz, 7·36Hz, 9·36Hz ... (3)**

Για να έχουμε στάσιμο κύμα στο ΓB με δεσμούς στα Γ, B πρέπει  $\frac{2L}{3} = N \frac{\lambda''}{2} \Rightarrow$

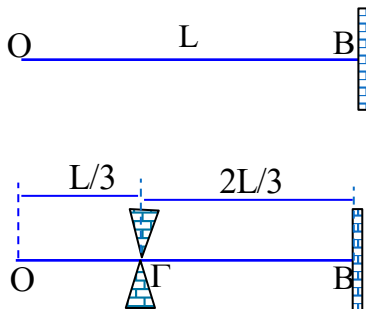
$$L = \frac{3N}{2} \frac{v}{2f''} \Rightarrow f'' = 3N \frac{v}{4L} \xrightarrow{(1)} f'' = 3N \cdot 12\text{Hz} \Rightarrow f'' = N \cdot 36\text{Hz}, \text{ δηλαδή}$$

στάσιμο κύμα στο ΓB έχουμε για συχνότητες όλα τα ακέραια πολλαπλάσια των 36Hz ...

$$\mathbf{36\text{Hz}, 2 \cdot 36\text{Hz}, 3 \cdot 36\text{Hz}, 4 \cdot 36\text{Hz}, 5 \cdot 36\text{Hz} \dots (4)}$$

Από τις (3,4) παρατηρούμε ότι οι μικρότερες κοινές συχνότητες για δημιουργία στασίμων κυμάτων στα OΓ και ΓB είναι  $f_{01} = 36\text{Hz}$  και  $f_{02} = 3 \cdot 36\text{Hz} = 108\text{Hz}$

Άρα **σωστή η πρόταση (γ)**



**B.4 -γ**

Αρχικό σωληνοειδές μήκος  $\ell$ , σπείρες  $N$ , αντίσταση  $R$ , ένταση ρεύματος  $I = \frac{E}{R}$  και

ένταση μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του σωληνοειδούς  $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} \frac{E}{R} \quad (1).$$

Το σωληνοειδές που προέκυψε από την ένωση των δύο σωληνοειδών έχει μήκος  $2\ell$ ,

σπείρες  $2N$ , αντίσταση  $2R$ , ένταση ρεύματος  $I' = \frac{E}{2R}$  και ένταση μαγνητικού πεδίου

στο εσωτερικό του  $B' = \mu_0 \frac{2N}{2\ell} I' \Rightarrow B' = \mu_0 \frac{2N}{2\ell} \frac{E}{2R} \Rightarrow B' = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N}{\ell} \frac{E}{R} \xrightarrow{(1)}$

$$B' = \frac{B}{2}. \text{ Άρα } \text{σωστή η πρόταση (γ)}$$

**B.5 α-Σ, β-Λ**

α. Το πρωτόνιο ( $q, m$ ) επιταχύνεται από τάση  $V$  και αποκτά ταχύτητα  $\vec{v}_1$  που

υπολογίζεται από το ΘΜΚΕ  $\frac{1}{2} m v_1^2 - 0 = qV$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (1). \quad \text{Το πρωτόνιο}$$

εισερχόμενο κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  διαγράφει κυκλική κίνηση ακτίνας

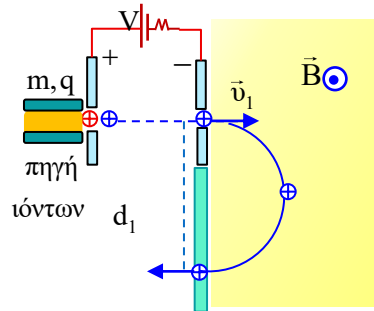
$$R_1 = \frac{m v_1}{qB} \quad (2) \quad \text{έχοντας στροφορμή}$$

$$L_1 = m v_1 R_1 \xrightarrow{(2)} L_1 = m v_1 \frac{m v_1}{qB} \Rightarrow L_1 = \frac{m^2 v_1^2}{qB} \xrightarrow{(1)} L_1 = \frac{m^2}{qB} \frac{2qV}{m} \Rightarrow$$

$$L_1 = \frac{2mV}{B} \quad (3).$$

Ανάλογα για το σωματίδιο α ( $q'=2q, m'=4m$ ) που επιταχύνεται από την ίδια τάση

$V$  όταν εισέλθει κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  διαγράφει κυκλική κίνηση



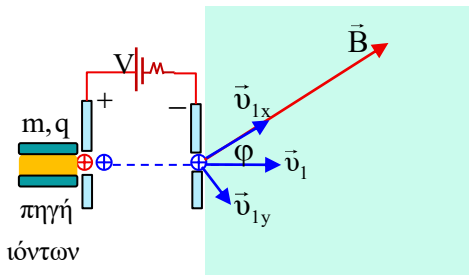
έχοντας στροφορμή που βρίσκεται ότι είναι  $L_2 = \frac{2m'V}{B} \xrightarrow{m'=4m} L_2 = \frac{2 \cdot 4mV}{B}$

$$\Rightarrow L_2 = 4 \frac{2mV}{B} \xrightarrow{(3)} L_2 = 4L_1 \Rightarrow L_1 = \frac{L_2}{4}, \text{ άρα } \mathbf{\alpha\text{-σωστό}}$$

**β.** Αν τώρα το πρωτόνιο ( $q, m$ ) που επιταχύνεται από τάση  $V$  και

αποκτά ταχύτητα  $v_1 = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$

εισέλθει με γωνία  $\varphi$  ως προς τις δυναμικές γραμμές σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  διαγράφει ελικοειδή κίνηση με βήμα της



έλικας  $\beta_1 = v_{1x} T \Rightarrow \beta_1 = v_1 \sin\varphi \frac{2\pi m}{qB} \xrightarrow{(3)} \beta_1 = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \sin\varphi \frac{2\pi m}{qB} \Rightarrow$

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \cdot \sin\varphi \quad (4)$$

Ανάλογα για το σωματίδιο  $\alpha$  ( $q'=2q, m'=4m$ ) που επιταχύνεται από την ίδια τάση  $V$  όταν εισέλθει με γωνία  $\varphi$  ως προς τις δυναμικές γραμμές σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  διαγράφει ελικοειδή κίνηση με βήμα της έλικας

$$\beta_2 = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2m'V}{q'}} \cdot \sin\varphi \Rightarrow \beta_2 = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2 \cdot 4mV}{2q}} \cdot \sin\varphi \Rightarrow$$

$$\beta_2 = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2 \cdot 2mV}{q}} \cdot \sin\varphi \Rightarrow \beta_2 = \frac{2\pi}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \cdot \sin\varphi \sqrt{2} \xrightarrow{(4)} \beta_2 = \beta_1 \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\beta_1 = \frac{\beta_2}{\sqrt{2}} \text{ άρα } \mathbf{\beta\text{-λάθος}}$$

**B.6-β**

Το φορτισμένο σωματίδιο 1( $q_1=q, m_1$ ) επιταχύνεται από τάση  $V$  και αποκτά ταχύτητα  $\vec{v}_1$  που υπολογίζεται από το ΘΜΚΕ  $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = q_1 V \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2qV}{m_1}}$  (1).

Το φορτισμένο σωματίδιο εισερχόμενο κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  φασματογράφου μάζας διαγράφει κυκλική κίνηση ακτίνας  $R_1 = \frac{m_1 v_1}{qB}$  (2) και κτυπάει

σε απόσταση  $d_1 = 2R_1$  (3) στη φωτογραφική πλάκα. Επίσης το φορτισμένο σωματίδιο 1( $q_1=q, m_1$ ) έχει στο μαγνητικό πεδίο στροφορμή

$$L_1 = m v_1 R_1 \xrightarrow{(2)} L_1 = m_1 v_1 \frac{m_1 v_1}{qB} \Rightarrow L_1 = \frac{m_1^2 v_1^2}{qB} \xrightarrow{(1)} L_1 = \frac{m_1^2}{qB} \frac{2qV}{m_1} \Rightarrow L_1 = \frac{2m_1 V}{B} (4).$$

Όμοια για το φορτισμένο σωματίδιο 2( $q_1=q, m_2$ ) βρίσκουμε ότι εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα  $v_2 = \sqrt{\frac{2qV}{m_2}}$ , διαγράφει κυκλική κίνηση ακτίνας

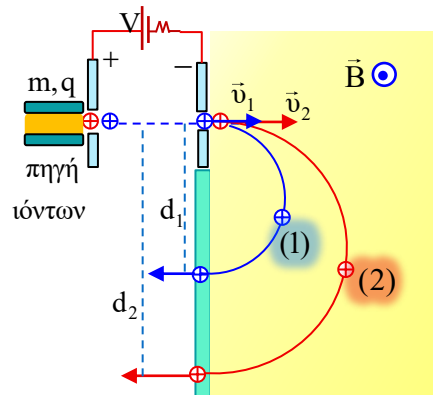
$R_2 = \frac{m_2 v_2}{qB}$  (2) και κτυπάει σε απόσταση  $d_2 = 2R_2$  (5) στη φωτογραφική πλάκα

και έχει στο μαγνητικό πεδίο στροφορμή  $L_2 = \frac{2m_2 V}{B}$  (6).

Από τη δεδομένη σχέση  $d_2 = 2d_1 \Rightarrow 2R_2 = 2 \cdot 2R_1 \Rightarrow R_2 = 2R_1 \Rightarrow$

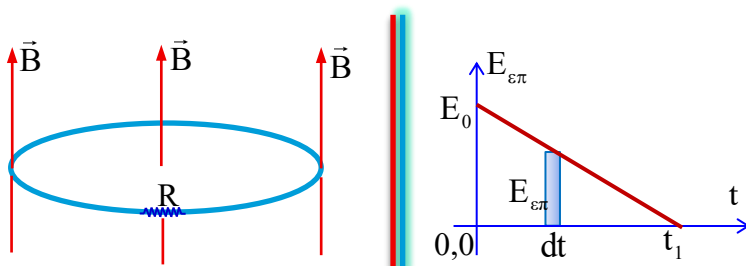
$$\frac{m_2 v_2}{qB} = 2 \frac{m_1 v_1}{qB} \Rightarrow \frac{m_2}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m_2}} = 2 \frac{m_1}{qB} \sqrt{\frac{2qV}{m_1}} \Rightarrow \frac{m_2}{\sqrt{m_2}} = 2 \frac{m_1}{\sqrt{m_1}} \Rightarrow m_2 = 4m_1$$

Από (4,6) βρίσκουμε  $\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{m_1}{4m_1} \Rightarrow L_1 = \frac{L_2}{4}$  **Σωστό το (β).**



**B.7-β**

Αρχικά ας δούμε ποιο φυσικό μέγεθος αποδίδεται μέσα από το εμβαδόν της συνάρτησης  $E_{\varepsilon\pi}(t)$ .



Για το στοιχειώδες γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της  $E_{\varepsilon\pi}(t)$  - που είναι ορθογώνιο - έχουμε ,

$$dE_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu} = E_{\varepsilon\pi} \cdot dt \Rightarrow dE_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu} = -\frac{d\Phi}{dt} \cdot dt \Rightarrow dE_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu} = -d\Phi$$

... και για ευρύτερο τμήμα της  $E_{\varepsilon\pi}(t)$  έχουμε

$$E_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu}(E_{\varepsilon\pi}, t) = \sum dE_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu} = \sum (-d\Phi) \Rightarrow$$

$$E_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu}(E_{\varepsilon\pi}, t) = -\Delta\Phi$$

Δηλαδή τη εμβαδόν της  $E_{\varepsilon\pi}(t)$  σε κάποιο χρονικό διάστημα δίνει την αντίστοιχη μεταβολή της μαγνητικής ροής στο ανωτέρω χρονικό διάστημα.

Έτσι στο χρονικό διάστημα από  $t_0 = 0$  έως  $t_1$  η μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από τον κυκλικό αγωγό είναι ,

$$E_{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu}(E_{\varepsilon\pi}, t) = -\Delta\Phi \Rightarrow \frac{1}{2} t_1 E_0 = -\Delta\Phi \Rightarrow \Delta\Phi = -\frac{1}{2} E_0 t_1 \quad (1).$$

Το επαγωγικό φορτίο που αναπτύχθηκε στον κυκλικό αγωγό –όταν έγινε η ανωτέρω μεταβολή της μαγνητικής ροής - σύμφωνα με τον νόμο Neumann έχει τιμή  $q = -\frac{\Delta\Phi}{R}$

$$\xrightarrow{(1)} q = \frac{E_0 t_1}{2R}, \text{ άρα } \textbf{σωστή η πρόταση (β)}.$$

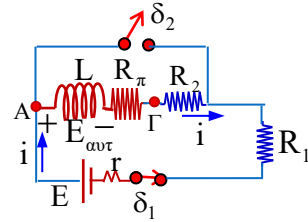
**B.8 α-Σ, β-Σ**

**α.** Μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_1$  – και πριν την αποκατάσταση ρεύματος στο κύκλωμα- από τον 2<sup>ο</sup> κανόνα Kirchhoff έχουμε

$$E - ir - E_{\text{αωτ}} - iR_{\pi} - i(R_2 + R_1) = 0 \Rightarrow E - 5iR - E_{\text{αωτ}} = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow E - 5iR - L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{E - 5iR}{L} \quad \text{και} \quad \left( \frac{di}{dt} \right)_{\text{max}}$$

$$\text{όταν } i=0, \text{ οπότε} \quad \left( \frac{di}{dt} \right)_{\text{max}} = \frac{E}{L} \Rightarrow \frac{E}{L} = 50 \frac{\text{A}}{\text{s}} \quad (2).$$



Όταν η ένταση ρεύματος αποκατασταθεί στην τελική τιμή  $i = I_0$ ,  $E_{\text{αωτ}} = 0 \xrightarrow{(1)}$

$$E - 5I_0R - 0 = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{5R} \quad (3).$$

Τη χρονική στιγμή  $t=t_1$  έχουμε  $U_L = \frac{25}{100} U_{L,\text{max}} \Rightarrow \frac{1}{2} Li^2 = \frac{25}{100} \frac{1}{2} LI_0^2 \Rightarrow i = \frac{I_0}{2}$

$$\xrightarrow{(3)} i = \frac{E}{10R} \quad (4)$$

Τη χρονική στιγμή  $t=t_1$  από τον 2<sup>ο</sup> κανόνα Kirchhoff έχουμε

$$E - ir - V_{\text{πηνίου}} - i(R_2 + R_1) = 0 \Rightarrow V_{\text{πηνίου}} = E - i \cdot 4R \xrightarrow{(4)} V_{\text{πηνίου}} = E - \frac{E}{10R} \cdot 4R \Rightarrow$$

$$V_{\text{πηνίου}} = 0,6E \quad (5).$$

Εκείνη τη στιγμή το πηνίο παίρνει ενέργεια με ισχύ  $P_{\text{πηνίου}} = V_{\text{πηνίου}} \cdot i \xrightarrow{(4,5)}$

$$P_{\text{πηνίου}} = 0,6E \cdot \frac{E}{10R} \Rightarrow P_{\text{πηνίου}} = \frac{6}{100} \frac{E^2}{R} \Rightarrow P_{\text{πηνίου}} = \frac{3}{50} \frac{E^2}{R}, \text{ άρα } \alpha\text{-σωστή.}$$

**β.** Μετά το άνοιγμα του διακόπτη  $\delta_1$  και το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_2$  το ρεύμα αρχίζει να

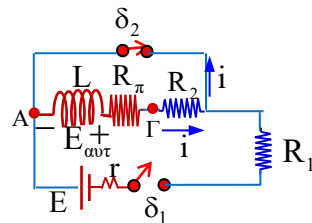
μειώνεται από την μέγιστη τιμή  $I_0 = \frac{E}{5R}$ .

Από τον 2<sup>ο</sup> κανόνα Kirchhoff έχουμε

$$|E_{\text{αωτ}}| - iR_{\pi} - iR_2 = 0 \Rightarrow L \left| \frac{di}{dt} \right| - iR_{\pi} - iR_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\left| \frac{di}{dt} \right| = i \frac{R_{\pi} + R_2}{L} \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right|_{\text{max}} = I_0 \frac{R + R}{L} \xrightarrow{(3)} \left| \frac{di}{dt} \right|_{\text{max}} = \frac{E}{5R} \frac{2R}{L} \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right|_{\text{max}} = \frac{2E}{5L}$$

$$\xrightarrow{(2)} \left| \frac{di}{dt} \right|_{\text{max}} = 20 \frac{\text{A}}{\text{s}}, \text{ άρα } \beta\text{-σωστή.}$$



## B.9 α-Σ, β-Λ, γ-Σ, δ-Σ

α. Το μήκος κύματος  $\lambda_1$  της προσπίπτουσας ακτινοβολίας έχει τιμή,  $E_{\varphi,1} = h \frac{c}{\lambda_1} \Rightarrow$

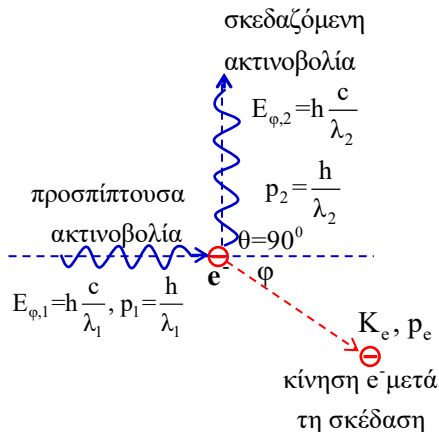
$$\frac{1}{3} mc^2 = h \frac{c}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{3h}{mc} \quad (1)$$

Το μήκος κύματος  $\lambda_2$  της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας υπολογίζεται από τη σχέση μετατόπισης του μήκους κύματος,

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos 90^\circ) \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 + \frac{h}{mc} \xrightarrow{(1)}$$

$$\lambda_2 = \frac{3h}{mc} + \frac{h}{mc} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4h}{mc} \quad (2).$$



Η ενέργεια του φωτονίου της της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας έχει τιμή  $E_{\varphi,2} = h \frac{c}{\lambda_2}$

$$\xrightarrow{(2)} E_{\varphi,2} = h \frac{c}{4h/mc} \Rightarrow E_{\varphi,2} = \frac{1}{4} mc^2, \text{ \u00c4ρα } \mathbf{\alpha\text{-}\u03c3\u03c9\u03c3\u03c4\u03cc}$$

β. Ορμή  $p_1$  φωτονίου προσπίπτουσας ακτινοβολίας

$$E_{\varphi,1} = p_1 c \Rightarrow \frac{1}{3} mc^2 = p_1 c \Rightarrow p_1 = \frac{1}{3} mc.$$

Ορμή  $p_2$  φωτονίου σκεδαζόμενης ακτινοβολίας

$$E_{\varphi,2} = p_2 c \Rightarrow \frac{1}{4} mc^2 = p_2 c \Rightarrow p_2 = \frac{1}{4} mc.$$

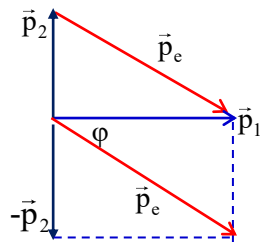
Αν  $\vec{p}_e$  η ορμή του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση

από διατήρηση της ορμής έχουμε  $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_e \Rightarrow$

$\vec{p}_e = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$  και από την γεωμετρία του σχήματος

$$p_e = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \Rightarrow p_e = \sqrt{\left(\frac{1}{3} mc\right)^2 + \left(\frac{1}{4} mc\right)^2} \Rightarrow p_e = \frac{5}{12} mc \quad \mu\epsilon \quad \epsilon\phi\varphi = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow$$

$$\epsilon\phi\varphi = \frac{3}{4}, \text{ \u00c4ρα } \mathbf{\beta\text{-}\lambda\u03b1\u03b8\u03cc\u03c3}.$$



γ) Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου υπολογίζεται από την διατήρηση της ενέργειας  $E_{\phi,1} = E_{\phi,2} + K_e \Rightarrow K_e = E_{\phi,1} - E_{\phi,2} \Rightarrow K_e = \frac{1}{3} mc^2 - \frac{1}{4} mc^2 \Rightarrow$

$$K_e = \frac{1}{12} mc^2 \text{ άρα } \gamma\text{-σωστό.}$$

(\*) **Σχόλιο- παρατήρηση:** Στην περίπτωση του φαινομένου σκέδασης Compton επειδή οι ταχύτητες είναι πολύ μεγάλες, πρέπει για την κινητική ενέργεια και ορμή του ηλεκτρονίου να αποφεύγονται σχέσεις της κλασσικής φυσικής  $K_e = \frac{1}{2} mv^2$ ,

$$p_e = mv \text{ ή } K_e = \frac{p_e^2}{2m}.$$

Αν χρησιμοποιούσαμε εδώ τη σχέση  $K_e = \frac{p_e^2}{2m}$  θα βρίσκαμε  $K'_e = \frac{p_e^2}{2m} \Rightarrow$

$$K'_e = \frac{(5mc/12)^2}{2m} \Rightarrow K'_e = \frac{25}{288} mc^2 \Rightarrow K'_e = 0,087 mc^2 \text{ τιμή διαφορετική από την}$$

πραγματική  $K_e = \frac{1}{12} mc^2 = 0,083 mc^2$  με απόκλιση  $\pi\% = \frac{0,004}{0,083} 100\% \Rightarrow$   
 $\pi\% = 4,82\%$

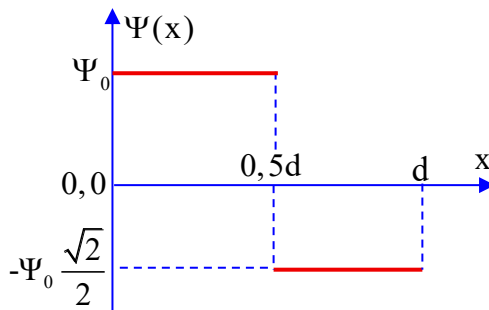
δ) Το μήκος κύματος κατά de Broglie του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση υπολογίζεται από την σχέση  $\lambda_e = \frac{h}{p_e} \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{5mc/12} \Rightarrow \lambda_e = \frac{12}{5} \frac{h}{mc} \Rightarrow$

$$\lambda_e = 2,4 \frac{h}{mc} \text{ άρα } \delta\text{-σωστό}$$

**B.10 α-Σ, β-Σ, γ-Λ**

α. Η ποσότητα  $\Psi^2 dx$  εκφράζει την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο τη δεδομένη χρονική στιγμή στη περιοχή  $dx$ .

Η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο τη δεδομένη χρονική στιγμή στη περιοχή  $[x=0, x=0,5d]$  θα είναι,



$$\pi_1 = \sum_{x=0}^{x=0,5d} (\Psi^2 dx) \Rightarrow \pi_1 = \sum_{x=0}^{x=0,5d} (\Psi_0^2 dx) \Rightarrow \pi_1 = \Psi_0^2 \sum_{x=0}^{x=0,5d} dx \Rightarrow \pi_1 = \Psi_0^2 \cdot 0,5d$$

$$\Rightarrow \pi_1 = \frac{1}{2} \Psi_0^2 d, \text{ \u00c4ρα } \alpha\text{-}\text{σωστή}.$$

β. Η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο τη δεδομένη χρονική στιγμή στη περιοχή  $[x=0,5d, x=d]$  θα είναι,

$$\pi_2 = \sum_{x=0,5d}^{x=d} (\Psi^2 dx) \Rightarrow \pi_2 = \sum_{x=0,5d}^{x=d} \left( \left( -\Psi_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 dx \right) \Rightarrow$$

$$\pi_2 = \frac{\Psi_0^2}{2} \sum_{x=0,5d}^{x=d} (dx) \Rightarrow \pi_2 = \frac{\Psi_0^2}{2} \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow \pi_2 = \frac{1}{4} \Psi_0^2 d, \text{ \u00c4ρα } \beta\text{-}\text{σωστή}.$$

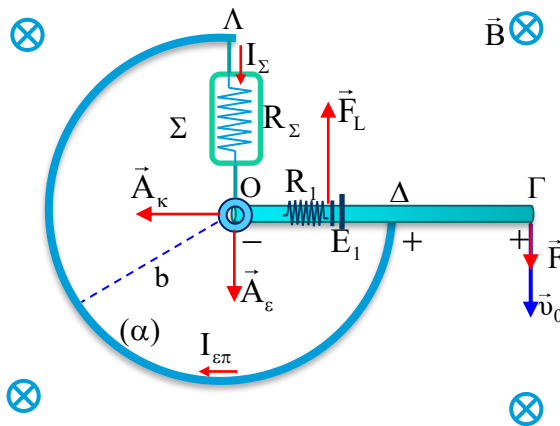
$$\gamma. \pi_1 + \pi_2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \Psi_0^2 d + \frac{1}{4} \Psi_0^2 d = 1 \Rightarrow \frac{3}{4} \Psi_0^2 d = 1 \Rightarrow \Psi_0^2 = \frac{4}{3d} \Rightarrow \Psi_0 = \frac{2}{\sqrt{3d}}$$

\u00c4ρα  $\gamma$ -λανθασμένη

### Θέμα Γ'

Γ.1 Η θερμική συσκευή Σ έχει αντίσταση  $R_{\Sigma}$  που υπολογίζεται από τα στοιχεία κανονικής λειτουργίας της που είναι  $V_{\Sigma}=3V$  ,  $P_{\Sigma}=15W$  με  $P_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}^2}{R_{\Sigma}} \Rightarrow$

$$R_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}^2}{P_{\Sigma}} \xrightarrow{\text{s.i}} R_{\Sigma} = \frac{3^2}{15} \Omega \Rightarrow R_{\Sigma} = 0,6\Omega$$



Αφού η συσκευή Σ λειτουργεί κανονικά διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_{\Sigma} = \frac{V_{\Sigma}}{R_{\Sigma}}$

$$\xrightarrow{\text{s.i}} I_{\Sigma} = \frac{3V}{0,6\Omega} = 5A$$

Η ένταση ρεύματος  $I_{\Sigma}=5A$  είναι αυτή που διαρρέει όλο το κλειστό τμήμα του κυκλώματος και είναι αποτέλεσμα της επαγωγής στον αγωγό λόγω της στροφικής του κίνησης μέσα στο μαγνητικό πεδίο , οπότε  $I_{\varepsilon\pi}=I_{\Sigma}=5A$  .

Γ.2 Η τάση στον αγωγό ΟΔ είναι  $V_{\Delta} - V_{O} = V_{\Delta O} = I_{\varepsilon\pi} R_{\Delta Z \Lambda O} \Rightarrow V_{\Delta O} = I_{\varepsilon\pi} R_{\Sigma}$

$$\xrightarrow{\text{s.i}} V_{\Delta O} = 5A \cdot 0,6\Omega \Rightarrow V_{\Delta O} = 3V .$$

Λόγω της στροφικής κίνησης η ΗΕΔ επαγωγής στο τμήμα ΟΔ του αγωγού - που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  με  $v_0 = \omega L \Rightarrow \omega = \frac{v_0}{L} \xrightarrow{\text{s.i}}$

$\omega=20\text{rad/s}$  - γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρον του Ο είναι

$$E_{\text{επ.ΟΔ}}=E_1=\frac{1}{2}B\omega(\text{ΟΔ})^2 \Rightarrow E_1=\frac{1}{2}B\omega\left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow E_1=\frac{1}{8}B\omega L^2 \quad (1).$$

Αντίσταση αγωγού ΟΔ,  $R_1=\frac{R}{2}=0,4\Omega$ .

πολική τάση ΟΔ,  $V_{\text{ΟΔ}}=E_1-I_{\text{επ}}R_1 \xrightarrow{\text{s.I}} 3\text{V}=E_1-5\text{A}\cdot 0,4\Omega \Rightarrow E_1=5\text{V}$

$$(1) \Rightarrow B=\frac{8E_1}{\omega L^2} \xrightarrow{\text{s.I}} B=\frac{8\cdot 5\text{V}}{20\text{rad/s}\cdot (1\text{m})^2} \Rightarrow B=2\text{T}$$

**Γ.3** Η ΗΕΔ επαγωγής στον αγωγό ΟΓ είναι  $E=\frac{1}{2}B\omega L^2 \xrightarrow{\text{s.I}} E=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 20\cdot 1^2\text{V}$

$$\Rightarrow E=20\text{V}$$

$$V_{\Gamma}-V_{\text{Ο}}=E-I_{\text{επ}}R_1 \xrightarrow{\text{s.I}} V_{\Gamma}-V_{\text{Ο}}=20\text{V}-5\text{A}\cdot 0,4\Omega \Rightarrow V_{\Gamma}-V_{\text{Ο}}=18\text{V}$$

(\*) Προσοχή: πτώση τάσης έχουμε μόνο στο τμήμα ΟΔ.

**Γ.4** Η δύναμη Laplace  $\vec{F}_L$  που ασκείται στο αγωγίμο ρευματοφόρο τμήμα ΟΔ και

$$\text{στο μέσον αυτού έχει τιμή } F_L=BI_{\text{επ}}(\text{ΟΔ}) \xrightarrow{\text{s.I}} F_L=2\text{T}\cdot 5\text{A}\cdot 0,5\text{m} \Rightarrow F_L=5\text{N}$$

Επειδή  $\omega$ =σταθερή για τον αγωγό ΟΓ που κάνει στροφική κίνηση θα ισχύει

$$\Sigma\tau_{(\text{Ο})}=0 \Rightarrow \tau_F + \tau_{F_L}=0 \Rightarrow FL - F_L\frac{L}{4}=0 \Rightarrow F=\frac{F_L}{4} \Rightarrow F=1,25\text{N}.$$

(\*) Το βάρος του αγωγού και οι δυνάμεις στήριξης σε αυτό εξουδετερώνονται αλλά και ως κατακόρυφες είναι παράλληλες με τον άξονα περιστροφής και δεν έχουν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής.

(\*) Οι δυνάμεις από τον άξονα περιστροφής που ασκούνται στον αγωγό δεν έχουν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής.

**Γ.5** Ο αγωγός ΟΓ εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση και το κέντρο μάζας Δ αυτού εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. ( βλέπε σχολικό : Το κέντρο μάζας ... §4.2)

Η άρθρωση Ο ασκεί στον αγωγό – και σε οριζόντιο επίπεδο- δύναμη  $\vec{A}$  με συνιστώσες:

- $\vec{A}_\epsilon$  ( εφαπτομενική της κίνησης αν της τροχιάς κίνησης αν την θεωρήσουμε ασκούμενη στο cm Δ ) στην ίδια διεύθυνση με τις  $\vec{F}_L$  και  $\vec{F}$ .
- $\vec{A}_\kappa$  στον ακτινικό άξονα που θα «παιξει» για το cm του αγωγού τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Έτσι για την ομαλή κυκλική κίνηση του cm έχουμε:

$$\bullet \quad \Sigma F_{\substack{\text{εφαπτομενικό} \\ \text{άξονα}}} = 0 \Rightarrow F + A_{\varepsilon} - F_L = 0 \Rightarrow A_{\varepsilon} = F_L - F \xrightarrow{\text{SI}} A_{\varepsilon} = 3,75\text{N}$$

$$\bullet \quad \Sigma F_{\substack{\text{ακτινικό} \\ \text{άξονα}}} = m\alpha_{\kappa} \Rightarrow A_{\kappa} = m\omega \left( \frac{L}{2} \right)^2 \xrightarrow{\text{SI}}$$

$$A_{\kappa} = 0,025\text{Kg} \cdot 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \left( \frac{1}{2} \text{m} \right)^2 \Rightarrow A_{\kappa} = 5\text{N}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_{\varepsilon} + \vec{A}_{\kappa} \Rightarrow A = \sqrt{A_{\varepsilon}^2 + A_{\kappa}^2} \xrightarrow{\text{SI}} A = \sqrt{(3,75\text{N})^2 + (5\text{N})^2} \Rightarrow A = 6,25\text{N}.$$

Γ.6 Για τον αγωγό ΟΓ έχουμε,  $\Sigma F_{\substack{\text{εφαπτομενικό} \\ \text{άξονα}}} = 0$  ,  $\Sigma F_{\substack{\text{κατακόρυφο} \\ \text{άξονα}}} = 0$  ,

$$\Sigma F_{\substack{\text{ακτινικό} \\ \text{άξονα}}} = m\alpha_{\kappa} = A_{\kappa} = 5\text{N} , \quad \text{άρα } \Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{F}_{\text{εφαπ}} + \Sigma \vec{F}_{\text{κατακ}} + \Sigma \vec{F}_{\kappa} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \Sigma \vec{F}_{\kappa} \Rightarrow$$

$$\Sigma F = 5\text{N}$$

### Θέμα Δ'

Δ.1 Τοποθετούμε τις ασκούμενες δυνάμεις στον δίσκο, τροχαλία και αγωγό ΑΓ.

Επειδή ο δίσκος ισορροπεί στροφικά έχουμε  $\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow F_1 b - T a = 0 \Rightarrow$

$$F_1 b = T \cdot 2b \Rightarrow F_1 = 2T \quad (1).$$

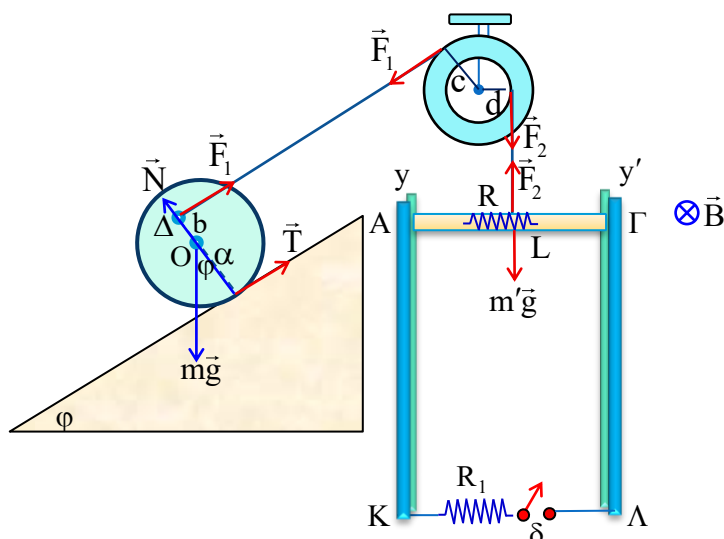
Από τη μεταφορική ισορροπία του δίσκου γράφουμε,  $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$$F_1 + T - mg \eta \mu \varphi = 0 \xrightarrow{(1)} 3T = mg \eta \mu \varphi \xrightarrow{S.I} 3T = 2 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow T = 4N$$

και από την (1)  $F_1 = 8N$ .

Επίσης  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - mg \sigma \upsilon \nu \varphi = 0 \Rightarrow N = mg \sigma \upsilon \nu \varphi \xrightarrow{S.I} N = 2 \cdot 10 \cdot 0,8$

$$\Rightarrow N = 16N.$$



Δ.2 Επειδή η τροχαλία ισορροπεί στροφικά έχουμε  $\Sigma\tau = 0 \Rightarrow F_1 c - F_2 d = 0 \Rightarrow$

$$F_1 c = F_2 \cdot 0,8c \Rightarrow F_1 = 0,8F_2 \xrightarrow{S.I} 8N = 0,8F_2 \Rightarrow F_2 = 10N$$

(\*) Το βάρος της τροχαλίας και η δύναμη από τον άξονα εξάρτησης δεν έχουν ροπή και δεν επηρεάζουν τη στροφική ισορροπία.

Επειδή ο αγωγός ΑΓ ισορροπεί χωρίς τριβές με του κατακόρυφους αγωγούς οδηγούς

έχουμε  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_2 - m'g = 0 \Rightarrow F_2 = m'g \xrightarrow{S.I} 10 = m' \cdot 10 \Rightarrow m' = 1Kg$ .

Δ.3 Ο αγωγός ΑΓ από τη στιγμή που κόβονται τα νήματα και για  $\Delta y = 0,45m$  - που ο διακόπτης δ είναι ανοικτός - εκτελεί ελεύθερη πτώση - και στο τέλος αποκτά

$$\text{ταχύτητα } v_0 = \sqrt{2g\Delta y} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \text{m/s}^2 \cdot 0,45 \text{m}} \Rightarrow v_0 = 3 \text{m/s}.$$

Τότε κλείνουμε τον διακόπτη δ οπότε αμέσως μετά αναπτύσσεται στον αγωγό ΗΕΔ επαγωγής

$$E_{0,\varepsilon\pi} = Bv_0L \xrightarrow{\text{s.I}} E_{0,\varepsilon\pi} = 2\text{T} \cdot 3\text{m/s} \cdot 1\text{m} \Rightarrow$$

$$E_{0,\varepsilon\pi} = 6\text{V}, \text{ το κλειστό κύκλωμα διαρρέεται από}$$

$$\text{επαγωγικό ρεύμα έντασης } I_{0,\varepsilon\pi} = \frac{E_{0,\varepsilon\pi}}{R_1 + R} \Rightarrow$$

$$I_{0,\varepsilon\pi} = \frac{6\text{V}}{0,6\Omega + 0,4\Omega} \Rightarrow I_{0,\varepsilon\pi} = 6\text{A}.$$

Στη θέση αυτή ο αγωγός ΑΓ δέχεται το βάρος του  $m'g = 10\text{N}$  και την δύναμη Laplace

$$F_{0,L} = BI_{0,\varepsilon\pi}L \xrightarrow{\text{s.I}} F_{0,L} = 2 \cdot 6 \cdot 1\text{N} = 12\text{N}.$$

Επειδή στην ανωτέρω θέση  $F_{0,L} = 12\text{N} > m'g = 10\text{N}$  ο αγωγός συνεχίζει την κάθοδο με επιβραδυνόμενη κίνηση με μείωση της ταχύτητας από την μέγιστη τιμή της που είναι η  $v_0 = 3\text{m/s}$ .

Στην επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση από τον 2° νόμο Newton παρατηρούμε ,

$$\Sigma F_y = m'\alpha \Rightarrow m'g - F_L = m'\alpha \Rightarrow m'g - BI_{\varepsilon\pi}L = m'\alpha \Rightarrow m'g - B \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_1 + R} L = m'\alpha \Rightarrow$$

$$m'g - B \frac{BvL}{R_1 + R} L = m'\alpha \Rightarrow m'g - \frac{B^2L^2}{R_1 + R} v = m'\alpha \Rightarrow \alpha = g - \frac{B^2L^2}{m'(R_1 + R)} v.$$

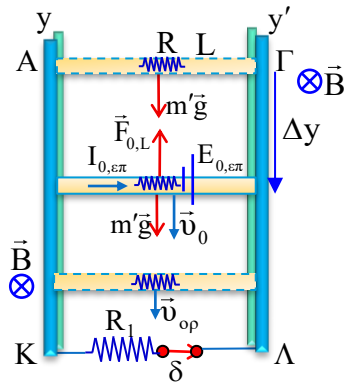
Η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη με μειούμενο μέτρο επιβράδυνσης και όταν  $\alpha = 0$  η ταχύτητα σταθεροποιείται σε οριακή σταθερή τιμή  $\vec{v}_{\text{op}}$ .

$$\text{Έτσι έχουμε } \alpha = g - \frac{B^2L^2}{m'(R_1 + R)} v \Rightarrow 0 = g - \frac{B^2L^2}{m'(R_1 + R)} v_{\text{op}} \Rightarrow v_{\text{op}} = \frac{m'g(R_1 + R)}{B^2L^2}$$

$$\xrightarrow{\text{s.I}} v_{\text{op}} = \frac{1 \cdot 10 \cdot (0,6 + 0,4)}{2^2 \cdot 1^2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\text{op}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Δ.4** Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη δ, που η ταχύτητα έχει τιμή  $v_0 = 3\text{m/s}$  έχουμε:

- Ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας:  $\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\text{ολ}}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy}{dt} \Rightarrow$



$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_0 \Rightarrow \frac{dK}{dt} = (m'g - F_L) \cdot v_0 \xrightarrow{SI} \frac{dK}{dt} = (10 - 12)N \cdot 3m/s \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = -6 \frac{J}{s}$$

- Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{\text{βάρους}}}{dt} = -\frac{m'g \cdot dy}{dt} \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -m'g \cdot v_0 \xrightarrow{SI}$$

$$\frac{dU}{dt} = -10N \cdot 3m/s \Rightarrow \frac{dU}{dt} = -30 \frac{J}{s}$$

- Ρυθμός προσφοράς ηλεκτρικής ενέργειας

$$\frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = P_{\eta\lambda} = E_{0,\epsilon\pi} \cdot I_{0,\epsilon\pi} \xrightarrow{SI} \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = 6V \cdot 6A \Rightarrow \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = 36 \frac{J}{s}$$

$$(*) \text{ Διαφορετικά: } \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = \frac{|dW|_{\text{Laplace}}}{dt} \Rightarrow \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = \frac{F_{0,L} \cdot dy}{dt} \Rightarrow \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = F_{0,L} v_0$$

$$\xrightarrow{SI} \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = 12N \cdot 3m/s \Rightarrow \frac{dE_{\eta\lambda}}{dt} = 36 \frac{J}{s}$$

$$\Delta.5 \quad \Delta y = v_{op} \Delta t \xrightarrow{SI} \Delta y = 2,5m/s \cdot 0,5s \Rightarrow \Delta y = 1,25m$$

$$q = -\frac{\Delta\Phi}{R_1 + R} \Rightarrow q = -\frac{BA}{R_1 + R} \Rightarrow q = -\frac{BL\Delta y}{R_1 + R} \xrightarrow{SI} q = -\frac{2T \cdot 1m \cdot 1,25m}{1\Omega} \Rightarrow$$

$$q = -2,5C \Rightarrow |q| = 2,5C$$

$$(*) \text{ Διαφορετικά: } q = I_{op} \Delta t \Rightarrow q = \frac{E_{op}}{R_1 + R} \Delta t \Rightarrow q = \frac{Bv_{op}L}{R_1 + R} \Delta t \xrightarrow{SI}$$

$$q = \frac{2T \cdot 2,5m/s \cdot 1m}{1\Omega} 0,5s \Rightarrow q = 2,5C$$

$$\Delta.6 \text{ Από τη γεωμετρία του σχήματος παρατηρούμε ότι } \eta\mu\phi = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow \Delta x = \frac{h}{\eta\mu\phi}$$

$$\xrightarrow{SI} \Delta x = \frac{0,5}{0,6} = \frac{5}{6} m.$$

Η κύλιση γίνεται με σταθερή μεταφορική επιτάχυνση  $\alpha_{cm}$  και προφανώς ισχύουν

οι σχέσεις  $v_{cm} = \alpha_{cm} t$  και  $\Delta x = \frac{1}{2} \alpha_{cm} t^2$  από τις οποίες με απαλοιφή χρόνου

$$\text{βρίσκουμε } v_{\text{cm}}^2 = 2\alpha_{\text{cm}}\Delta x \xrightarrow{\text{SI}} 2^2 = 2\alpha_{\text{cm}} \cdot \frac{5}{6} \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = 2,4 \text{ m/s}^2.$$

Επειδή έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση

$$\text{βρίσκουμε } v_{\text{cm}} = \omega a \Rightarrow \omega = \frac{v_{\text{cm}}}{a}.$$

Η ταχύτητα του σημείου  $\Delta$  λόγω της σύνθετης κίνησης του δίσκου (κύλιση χωρίς ολίσθηση) έχει τιμή  $v_{\Delta} = v_{\text{cm}} + \omega b$

$$\Rightarrow v_{\Delta} = v_{\text{cm}} + \frac{v_{\text{cm}}}{a} b \Rightarrow v_{\Delta} = v_{\text{cm}} + \frac{v_{\text{cm}}}{2b} b$$

$$\Rightarrow v_{\Delta} = 1,5v_{\text{cm}} \xrightarrow{\text{SI}} v_{\Delta} = 1,5 \cdot 2 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_{\Delta} = 3 \text{ m/s}$$

