Η μεταβολή στην ορμή μιας μπάλας ποδοσφαίρου ύστερα μια κλωτσιά

Μια μπάλα ποδοσφαίρου μάζας $m = 0,4Kg$ κινείται οριζόντια πάνω στο γήπεδο σε άξονα $x'x$ και κάποια στιγμή t έχει ταχύτητα $\upsilon_0 = 4m/s$. Εκείνη τη στιγμή δέχεται από ένα ποδοσφαιριστή μια κλωτσιά μέσω της οποίας ασκείται στην μπάλα οριζόντια σταθερή δύναμη $F = 18N$ με διεύθυνση κάθετη στην αρχική διεύθυνση κίνησης (άξονας $y'y$).

Η κλωτσιά που ασκεί ο ποδοσφαιριστής έχεις χρονική διάρκεια $\Delta t = 0,1s$. Στην κίνηση της μπάλας υπάρχουν αντιστάσεις – τριβές $\vec{A}$ που αντιτίθενται στην κίνησή της. Οι αντιστάσεις αυτές έχουν συνιστώσες τόσο στον άξονα $x'x$ όσο και στο άξονα $y'y$ με μέτρα $Ax = 4N$ και $Ay = 2N$

α) Να βρείτε την τελική ταχύτητα υ_2 της μπάλας μετά τη δράση της δύναμης F.

β) Επιλέξτε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων (x, y) στο επίπεδο κίνησης της μπάλας με αρχή $O(0,0)$τη θέση της μπάλας τη στιγμή άσκησης της δύναμης. Να βρείτε τις συντεταγμένες της μπάλας στο τέλος της δράσης της δύναμης F. Σχεδιάστε - σε ελεύθερη εκτίμηση – τη μορφή της τροχιάς που διαγράφει το σώμα στη διάρκεια δράσης της δύναμης .

γ) Υπολογίστε το έργο της δύναμης F και των αντιστάσεων στη μπάλα.

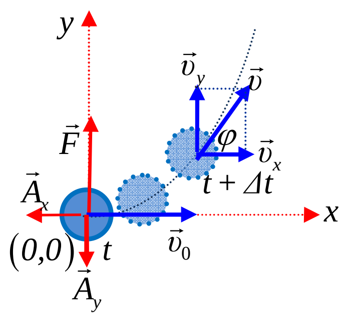
Απάντηση:

α) Στον άξονα $x'x$ η ορμή μεταβάλλεται και από τον 2° νόμο Newton παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F}_x = \frac{\Delta\vec{p}_x}{\Delta t} \Rightarrow \vec{A}_x = \frac{\vec{P}x_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{o}} - \vec{P}x_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o}}}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$-A_x = \frac{m\upsilon_x - m\upsilon_0}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_x = \upsilon_0 - \frac{A_x\Delta t}{m} \Rightarrow$$

$$\upsilon_x = 4 - \frac{4.0,1}{0,4} \Rightarrow \upsilon_x = 3\frac{m}{s}$$



Όμοια για τον άξονα $y'y$ έχουμε $\Sigma\vec{F}_y = \dfrac{\Delta\vec{p}_y}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\vec{F} + \vec{A}_y = \frac{\vec{P}y_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{o}} - \vec{P}y_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{o}}}{\Delta t} \Rightarrow F - A_x = \frac{m\upsilon_y}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_y = \frac{(F - A_y)\Delta t}{m} \Rightarrow$$

$$\upsilon_y = \frac{(18-2).0,1}{0,4} \Rightarrow \upsilon_y = 4\frac{m}{s}$$

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow \upsilon = 5m/s$ με $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{4}{3}$.

β) Η επιταχύνσεις της μπάλας στους δύο άξονες είναι:

$$\vec{a}_x = \frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow a_x = \frac{-4N}{0,4kg} \Rightarrow a_x = -10m/s^2$$

$$\vec{a}_y = \frac{\Sigma\vec{F}_y}{m} \Rightarrow a_y = \frac{F - A_y}{m} \Rightarrow a_y = \frac{(18-2)N}{0,4Kg} \Rightarrow a_y = 40m/s^2$$

Οι συντεταγμένες της μπάλας στο «τέλος» της κλωτσιάς θα είναι

$$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}|a_x|t^2 \Rightarrow x = 4.0,1 - \frac{1}{2}10.0,1^2 \Rightarrow x = 0,35m$$

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}40.0,1^2 \Rightarrow y = 0,2m$$

γ) $W_F = F.\Delta y \Rightarrow W_F = 18.0,2 \Rightarrow W_F = 3,6J$ (γιατί $W_F = F.\Delta y$;)

$$\Delta K = W_F + W_A \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_F + W_A \Rightarrow \ldots W_A = -1,8J$$

αλλά και $W_A = -A_x\Delta x - A_y\Delta y$ (γιατί; … πάντως όχι υπολογισμός ανά άξονα)…