Δύο κυκλικές αντιστρεπτές μεταβολές
1ος θερμοδυναμικός νόμος

1. Μια ποσότητα ενός αερίου με $\gamma = \frac{5}{3}$ και γραμμομοριακή μάζα $M_r = 10.10^{-3} Kg / mol$ βρίσκεται σε μια κατάσταση Α με θερμοδυναμικές μεταβλητές $A(p_A = 2.10^5 \frac{N}{m^2}, V_A = 2.10^{-3} m^3, T_A)$ και ενεργό ταχύτητα των μορίων του $\upsilon_{\varepsilon\nu} = 10^3 m / s$. Το αέριο εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι μια κατάσταση Β παράγοντας έργο $W = 1200J$. Ακολούθως συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι μια κατάσταση Γ έχοντας κατάλληλο όγκο, ώστε με μια ισόχωρη ψύξη να επανέλθει τελικά στην αρχική κατάσταση Α. Αν $R = \frac{25}{3} \frac{Joule}{mol.K}$ και $\ell n2 \cong 0{,}7$,

α. Να υπολογισθούν οι θερμοδυναμικές μεταβλητές (p, V, T) για τις καταστάσεις Α,Β,Γ.

β. Να γίνουν σε βαθμολογημένους άξονες τα διαγράμματα $p - V$, $p - T$, $V - T$

γ. Να υπολογισθούν τα ποσά θερμότητας που ανταλλάσσονται μεταξύ του αερίου και του περιβάλλοντος τόσο στις επιμέρους μεταβολές όσο και στην κυκλική.

δ. Να υπολογισθούν οι ενεργές ταχύτητες του αερίου στις καταστάσεις Β και Γ.

Απάντηση:

Α) $W_{AB} = p_A(V_B - V_A) \Rightarrow 1200 = 2.10^5(V_B - 2.10^{-3}) \Rightarrow V_B = 8.10^{-3}$

$$\upsilon_{\varepsilon\nu,A} = \sqrt{\frac{3RT_A}{Mr}} \Rightarrow T_A = \frac{\upsilon^2_{\varepsilon\nu,A} M_r}{3R} \Rightarrow \ldots T_A = 400K$$

Κατάσταση	**Α**	**Β**	**Γ**
p $p(N / m^2)$	2.10^5	2.10^5	8.10^5
$V(m^3)$	2.10^{-3}	8.10^{-3}	2.10^{-3}
$T(K)$	400	1600	1600

Β-Γ) Στην ισοβαρή μεταβολή $\frac{Q_{AB}}{\Delta U_{AB}} = \frac{nC_p \Delta T}{nC_v \Delta T} = \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow Q_{AB} = \frac{5}{3} \Delta U_{AB}$

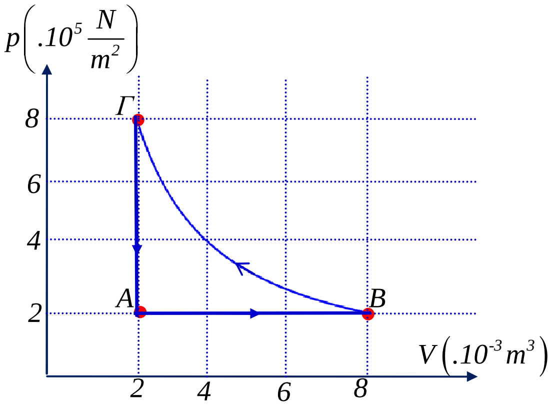
$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow$$

$$\frac{5}{3}\Delta U_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \Rightarrow$$

$$\frac{2}{3}\Delta U_{AB} = W_{AB} \Rightarrow$$

$$\Delta U_{AB} = 1800J$$

$$Q = \frac{5}{3}\Delta U_{AB} \Rightarrow Q = 3000J$$



Στην ισόθερμη συμπίεση ΒΓ γράφουμε

$$Q_{B\Gamma} = nRT\ell n\frac{V_\Gamma}{V_B} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = p_B V_B \ell n\frac{V_\Gamma}{V_B} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 1600\ell n\frac{2.10^{-3}}{8.10^{-3}} \Rightarrow$$

$$Q_{B\Gamma} = -3200\ell n2 \Rightarrow Q_{B\Gamma} = -2240J\ .$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta U_{\Gamma A} &= nC_V(T_A - T_\Gamma) \\ \Delta U_{AB} &= nC_V(T_B - T_A) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta U_{\Gamma A} = -\Delta U_{AB} = -1200J$$

	Q(J)	ΔU(J)	W(J)
Ισοβαρής εκτόνωση ΑΒ	3000	1800	1200
Ισόθερμη συμπίεση ΒΓ	-2240	0	-2240
Ισόχωρη Ψύξη ΓΑ	-1800	-1800	0
Κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ	-1040	0	-1040

Δ) $\upsilon_{\varepsilon\nu,A} = \sqrt{\frac{3RT_A}{Mr}}$, $\upsilon_{\varepsilon\nu,B} = \sqrt{\frac{3RT_B}{Mr}}$, $\frac{\upsilon_{\varepsilon\nu,B}}{\upsilon_{\varepsilon\nu,A}} = \sqrt{\frac{T_B}{T_A}} = \sqrt{\frac{1600}{400}} \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,B} = 2\upsilon_{\varepsilon\nu,A}$

$$\Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,B} = 2.10^3 m/s$$

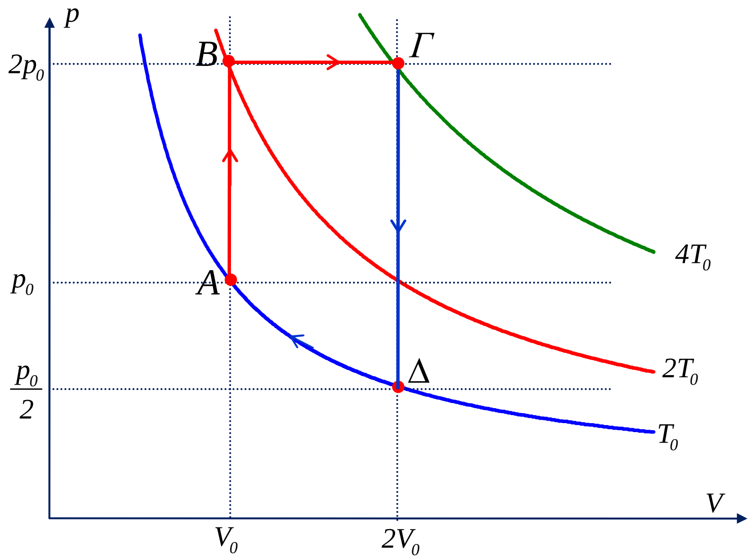
$$T_\Gamma = T_B \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\nu,\Gamma} = \upsilon_{\varepsilon\nu,B} = 2.10^3 m/s$$

2. Μια ποσότητα ενός αερίου με $\gamma = \frac{5}{3}$ βρίσκεται σε μια κατάσταση Α με θερμοδυναμικές μεταβλητές $A(p_0, V_0, T_0)$. Το αέριο θερμαίνεται ισόχωρα μέχρι να διπλασιασθεί η θερμοκρασία του (κατάσταση Β), απορροφώντας θερμότητα $Q = 600J$. Ακολούθως εκτονώνεται ισοβαρώς μέχρι διπλασιασμού του όγκου του (κατάσταση Γ), από εκεί με μια ισόχωρη ψύξη έρχεται σε μια κατάσταση Δ και από εκεί με ισόθερμη συμπίεση επανέρχεται στην αρχική κατάσταση Α. Αν $\ell n2 \cong 0{,}7$,

α. Να υπολογισθούν για τις καταστάσεις Β, Γ, Δ οι θερμοδυναμικές μεταβλητές (p, V, T) ως πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια των (p_0, V_0, T_0).

β. Να αποδοθεί η κυκλική αυτή μεταβολή στο (p,V)

γ. Να υπολογισθούν τα ποσά ενέργειας που ανταλλάσσονται μεταξύ του αερίου και του περιβάλλοντος μέσω του έργου και της θερμότητας τόσο στις επιμέρους μεταβολές όσο και στην κυκλική.



Κατάσταση	**A**	**B**	**Γ**	**Δ**
Πίεση	p_0	$2p_0$	$2p_0$	$p_0 / 2$
Όγκος	V_0	V_0	$2V_0$	$2V_0$
Θερμοκρασία	T_0	$2T_0$	$4T_0$	T_0

$$Q_{AB} = nC_V(T_B - T_A) \Rightarrow Q_{AB} = nC_V(2T_0 - T_0) \Rightarrow Q_{AB} = nC_VT_0 = 600J \Rightarrow$$
$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = 600J$$
$$Q_{\Gamma\Delta} = nC_V(T_\Delta - T_\Gamma) \Rightarrow Q_{AB} = nC_V(T_0 - 4T_0) \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -3nC_VT_0 \Rightarrow$$
$$Q_{\Gamma\Delta} = -3.Q_{AB} \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = -1800J \Rightarrow Q_{\Gamma\Delta} = \Delta U_{\Gamma\Delta} = -1800J$$
$$\Delta U_{o\lambda} = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{B\Gamma} + \Delta U_{\Gamma\Delta} + \Delta U_{\Delta A} = 0 \Rightarrow$$
$$600 + \Delta U_{B\Gamma} - 1800 + 0 = 0 \Rightarrow \Delta U_{B\Gamma} = 1200J$$

Στην ισοβαρή μεταβολή $\frac{Q_{B\Gamma}}{\Delta U_{B\Gamma}} = \frac{nC_p\Delta T}{nC_v\Delta T} = \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow Q_{B\Gamma} = \frac{5}{3}\Delta U_{B\Gamma} \Rightarrow$

$$Q_{B\Gamma} = \frac{5}{3}1200J \Rightarrow Q_{B\Gamma} = 2000J \ \ldots Q_{B\Gamma} + \Delta U_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} \ldots W_{B\Gamma} = 800J$$

$$Q_{\Delta A} = nRT_0 ln\frac{V_0}{2V_0} \Rightarrow Q_{\Delta A} = -p_0V_0\ell n2 \ (1)$$

$W_{B\Gamma} = 800J \Rightarrow 2p_0(2V_0 - V_0) = 800J \Rightarrow p_0V_0 = 400J$ (2)

(1) ,(2) $Q_{\Delta A} = -p_0V_0\ell n2 = -400.0,7 \ \Rightarrow Q_{\Delta A} = -280J$

	Q(J)	**ΔU(J)**	**W(J)**
Ισόχωρη θέρμανση ΑΒ	600	600	0
Ισοβαρής εκτόνωση ΒΓ	2000	1200	800
Ισόχωρη Ψύξη ΓΔ	-1800	-1800	0
Ισόθερμη συμπίεση ΔΑ	-280	0	-280
Κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ	520	0	520