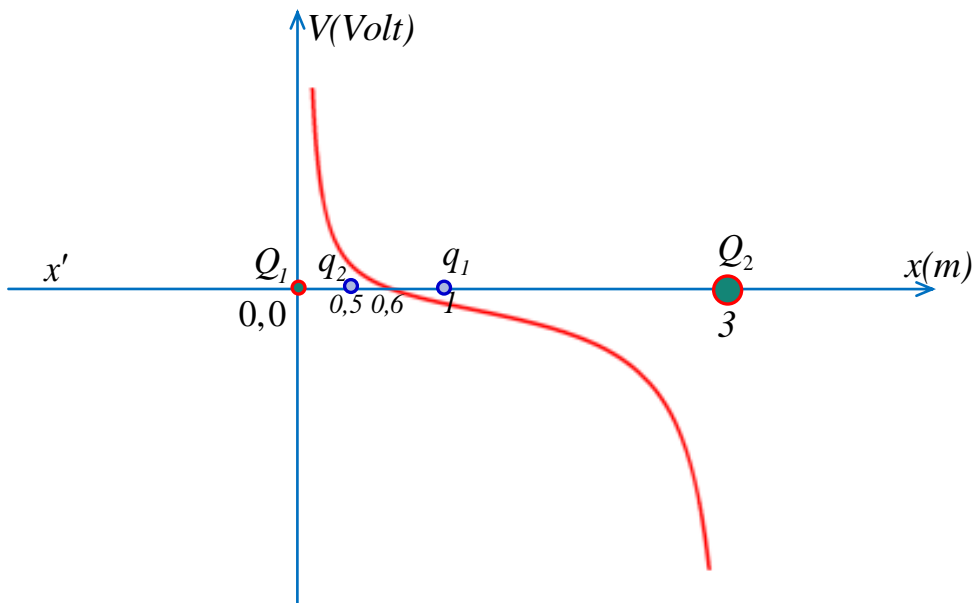


Σύνθετο ηλεκτροστατικό πεδίο...

Δύο μικρές φορτισμένες σφαίρες με φορτία Q_1 και Q_2 είναι ακλόνητα στερεωμένα πάνω σε ένα άξονα $x'x$ στις θέσεις $x=0$ και $x=3m$ αντίστοιχα. Το δυναμικό του σύνθετου ηλεκτροστατικού πεδίου που οφείλεται στα δύο αυτά φορτία πάνω στον άξονα $x'x$ για την περιοχή $0 < x < 3m$ αποδίδεται από τη γραφική παράσταση $V = f(x)$ στον διαγράμματος. Από αυτή τη γραφική παράσταση φαίνεται ότι στη θέση $x = 0,6m$ έχουμε μηδενική τιμή του δυναμικού $V = 0V$.



α) Για τα φορτία Q_1 και Q_2 ισχύει :

α.1) $Q_1 > 0, Q_2 < 0$ με $Q_1 = 4|Q_2|$ α.2) $Q_1 > 0, Q_2 < 0$ με $|Q_2| = 4Q_1$

α.3) $Q_1 < 0, Q_2 > 0$ με $Q_2 = 4|Q_1|$ α.4) $Q_1 > 0, Q_2 < 0$ με $|Q_2| = 2Q_1$

Δύο φορτισμένα σωματίδια με φορτία $|q_1| = |q_2|$ αφήνονται χωρίς αρχική ταχύτητα στις θέσεις $x_1 = 1m$ και $x_2 = 0,5m$ αντίστοιχα και δεχόμενα μόνο τη δύναμη του ηλεκτροστατικού πεδίου κινούνται προς την θέση $x = 0,6m$

β) Εξηγήστε ποιά είναι το είδος του φορτίων q_1 και q_2

Να βρείτε:

γ) ποιο από τα δύο φορτισμένα σωματίδια όταν διέρχεται από την θέση $x = 0,6m$ έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια;

δ) σε ποιά θέση του άξονα $x'x$ έπρεπε να αφήσουμε κάθε ένα από τα δύο αυτά φορτισμένα σωματίδια ώστε να παραμείνουν ακίνητα.

Δίνεται $Kc = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ και ότι όλα τα φορτία θεωρούνται σημειακά.

1

Απάντηση

α) Το δυναμικό στο σύνθετο πεδίο της άσκησης για $0 < x < 3m$ δίνεται από τη σχέση $V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x}$ (S.I). Από τη σχέση αυτή και τη μορφή της καμπύλης $V = f(x)$ για να έχουμε μόνο θετικές τιμές για το δυναμικό πρέπει $Q_1 > 0$ και $Q_2 < 0$.

$$V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} \xrightarrow[x=0]{x=0,6m} 0 = K_c \frac{Q_1}{0,6} + K_c \frac{Q_2}{2,4} \Rightarrow Q_2 = -4Q_1 \xrightarrow[Q_2 < 0]{Q_1 > 0}$$
$$|Q_2| = 4Q_1$$

β) Το φορτίο q_1 κινείται από αρνητική τιμή δυναμικού προς μηδενική τιμή ... δηλαδή από μικρότερα προς μεγαλύτερα δυναμικά άρα έχει αρνητικό φορτίο, $q_1 < 0$.

Το φορτίο q_2 κινείται από θετική τιμή δυναμικού προς μηδενική τιμή ... δηλαδή από μεγαλύτερα προς μικρότερα δυναμικά άρα έχει θετικό φορτίο, $q_2 > 0$.

γ) Τα δυναμικά στις θέσεις $x_1 = 1m$ και $x_2 = 0,5m$ αντίστοιχα είναι

$$\text{Θέση } x_1 = 1m: V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} \xrightarrow{x=x_1=1m} V_1 = K_c \frac{Q_1}{x_1} + K_c \frac{Q_2}{3-x_1}$$
$$\xrightarrow{Q_2 = -4Q_1} V_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1}{1} - 9 \cdot 10^9 \frac{4Q_1}{2} \Rightarrow V_1 = -9 \cdot 10^9 Q_1$$

$$\text{Θέση } x_2 = 0,5m: V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} \xrightarrow{x=x_2=0,5m} V_2 = K_c \frac{Q_1}{x_2} + K_c \frac{Q_2}{3-x_2}$$
$$\xrightarrow{Q_2 = -4Q_1} V_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1}{0,5} - 9 \cdot 10^9 \frac{4Q_1}{2,5} \Rightarrow V_2 = +3,6 \cdot 10^9 Q_1$$

Το φορτισμένο σωματίδιο q_1 κατά την μετακίνησή του από την θέση $x_1 = 1m$ στη θέση $x = 0,6m$ αποκτά κινητική ενέργεια K_1 που υπολογίζεται

$$\text{από το ΘΜΚΕ } K_1 - 0 = q_1(V_1 - 0) \xrightarrow[q_1 = -|q|]{q_1 < 0} K_1 = -|q|(-9 \cdot 10^9 Q_1) \Rightarrow$$

$$K_1 = 9 \cdot 10^9 Q_1 |q|$$

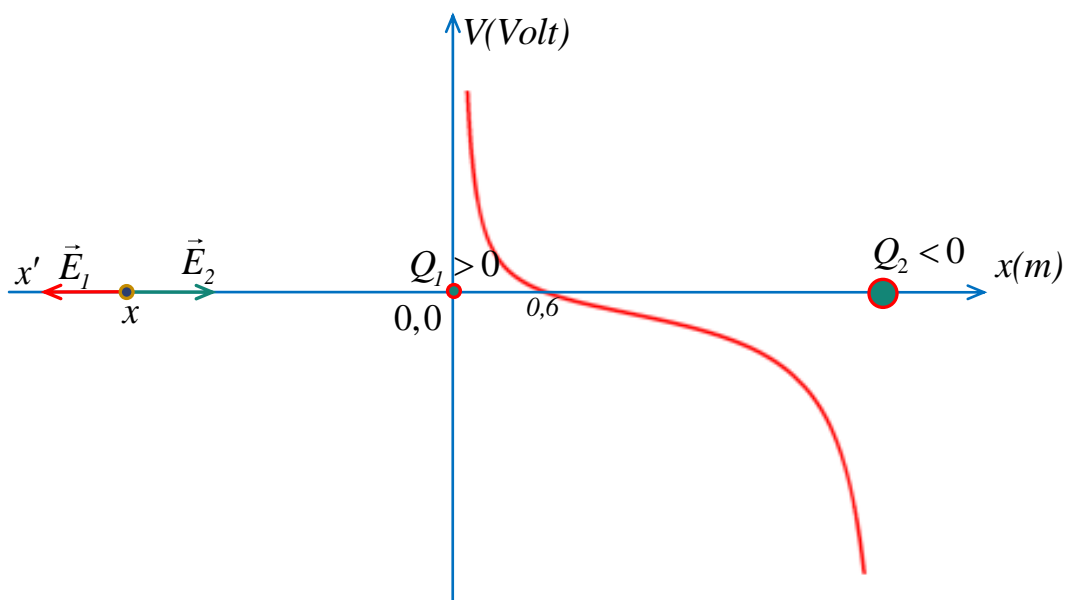
Το φορτισμένο σωματίδιο q_2 κατά την μετακίνησή του από την θέση $x_2 = 0,5m$ στη θέση $x = 0,6m$ αποκτά κινητική ενέργεια K_2 που

$$\text{υπολογίζεται από το ΘΜΚΕ } K_2 - 0 = q_2(V_2 - 0) \xrightarrow[q_2 = |q|]{q_2 > 0}$$

$$K_2 = |q|(3,6 \cdot 10^9 Q_1) \Rightarrow K_2 = 3,6 \cdot 10^9 Q_1 |q|$$

Παρατηρούμε ότι μεγαλύτερη κινητική ενέργεια αποκτά το φορτισμένο σωματίδιο q_1

δ) Για να παραμείνει ακίνητο ένα φορτισμένο σωματίδιο πρέπει να το αφήσουμε στην θέση που η ένταση του πεδίου είναι μηδέν $E=0$, που σημαίνει ότι οι επιμέρους εντάσεις από τις πηγές Q_1 και Q_2 να είναι αντίθετες. Αυτό όμως μπορεί να γίνει μόνο πάνω στην $x'x$ και για $x < 0$ (γιατί;)...



$$E_1 = E_2 \Rightarrow Kc \frac{|Q_1|}{|x|^2} = Kc \frac{|Q_2|}{(3+|x|)^2} \Rightarrow \frac{|Q_1|}{|x|^2} = \frac{|4Q_1|}{(3+|x|)^2} \Rightarrow \frac{(3+|x|)^2}{|x|^2} = 4 \Rightarrow$$

$$\frac{3+|x|}{|x|} = 2 \Rightarrow |x| = 3 \Rightarrow x = -3m$$