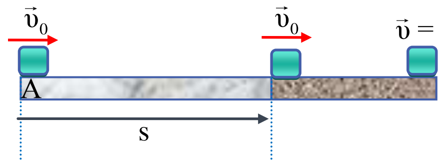
Ελάχιστος χρόνος κίνησης

Ένα σώμα που είναι πάνω σε λείο δάπεδο βάλλεται οριζόντια με μια ταχύτητα υ_0 από ένα σημείο Α και ύστερα από διάστημα s=30m συναντάει δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,12 και επιβραδυνόμενο τελικά σταματάει.



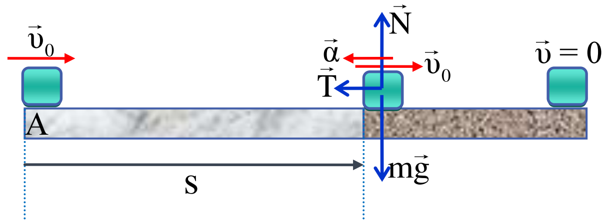
α. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα βολής υ_0, ώστε το σώμα να έχει τον ελάχιστο χρόνο κίνησης από το σημείο βολής μέχρι να σταματήσει.
β. Να υπολογισθεί ο ανωτέρω ελάχιστος χρόνος και το συνολικό διανυόμενο διάστημα.
Θεωρείστε αμελητέες τις διαστάσεις του σώματος και $g=10m/s^2$

Απάντηση

Απάντηση:

1η λύση …

α. Όταν το σώμα εισέρχεται στο μη λείο δάπεδο επιβραδύνεται με $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{-T}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{-\mu m g}{m} \Rightarrow$ $\alpha=-\mu g \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\alpha=-1{,}2m/s^2}$



Ο χρόνος t_1 στο 1^o τμήμα της ομαλής κίνησης είναι $t_1=\dfrac{s}{\upsilon_0}$ και χρόνος t_2 στο 2^o τμήμα της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης είναι $\upsilon=\upsilon_0-|\alpha|t \xrightarrow{\upsilon=0} t_2=\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|}$. Ο ολικός χρόνος κίνησης είναι $t_{ολ}=t_1+t_2$ ή $t_{ολ}=\dfrac{s}{\upsilon_0}+\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|}$ (1).

Εδώ παρατηρούμε ότι $t_1\cdot t_2=\dfrac{s}{\upsilon_0}\cdot\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|}=\dfrac{s}{|\alpha|}=$ σταθερή ποσότητα.

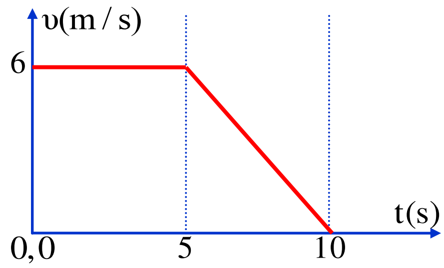
Όταν όμως σε ένα άθροισμα δύο προσθετέων αυτοί έχουν σταθερό γινόμενο, το ανωτέρω άθροισμα ελαχιστοποιείται όταν οι προσθετέοι γίνονται ίσοι.

Άρα ο χρόνος $t_{ολ,\min}$ ελαχιστοποιείται όταν $t_1=t_2$ ή $=\dfrac{s}{\upsilon_0}=\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|}$ ή $\upsilon_0=\sqrt{s|\alpha|} \xrightarrow{S.I}$ $\boldsymbol{\upsilon_0=6m/s}$

β. $t_{ολ,\min}=\dfrac{s}{\upsilon_0}+\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|} \xrightarrow{S.I}$

$t_{ολ,\min}=\dfrac{30m}{6m/s}+\dfrac{6m/s}{1{,}2m/s^2} \Rightarrow$

$t_{ολ,\min}=5s+5s \Rightarrow \boldsymbol{t_{ολ,\min}=10s}$



Το συνολικό διάστημα υπολογίζεται εύκολα από το εμβαδόν της υ(t) … και είναι $s_{ολ}=6\dfrac{m}{s}\cdot 5s+\dfrac{1}{2}(10-5)s\cdot 6\dfrac{m}{s}$ ή $\boldsymbol{s_{ολ}=45m}$

2η λύση …

$t_{ολ}=\dfrac{s}{\upsilon_0}+\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|} \Rightarrow |\alpha|\upsilon_0 t_{ολ}=s|\alpha|+\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon_0^2-|\alpha|t_{ολ}\upsilon_0+s|\alpha|=0$ … Η δευτεροβάθμια αυτή εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές άρα $\Delta\geq 0 \Rightarrow |\alpha|^2 t_{ολ}^2-4s|\alpha|\geq 0 \Rightarrow t_{ολ}^2\geq\dfrac{4s|\alpha|}{|\alpha|^2} \Rightarrow t_{ολ}\geq\sqrt{\dfrac{4s}{|\alpha|}}$ $\xrightarrow{S.I} t_{ολ}\geq 10s \Rightarrow \boldsymbol{t_{ολ,\min}=10s}$ …και η ισότητα ισχύει στην διπλή ρίζα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης … $\upsilon_0=\dfrac{|\alpha|t_{ολ,\min}}{2} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\upsilon_0=6m/s}$.