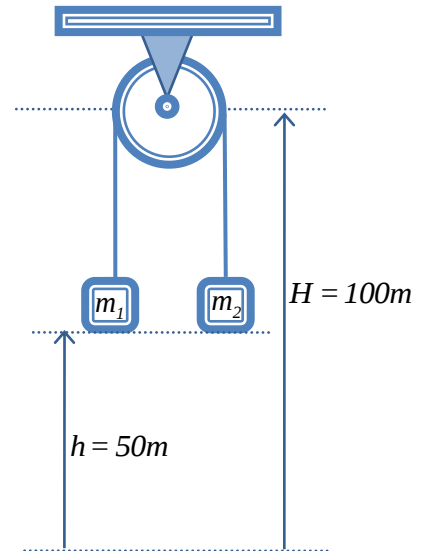


1η Επαναληπτική συνδυαστική άσκηση στη Φυσική της Α' Λυκείου.

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 6\text{Kg}$ και $m_2 = 4\text{kg}$ είναι δεμένα στα άκρα αβαρούς και μη εκτατού νήματος το οποίο διέρχεται από το αυλάκι τροχαλίας αμελητέας μάζας. Το κέντρο της τροχαλίας απέχει από το έδαφος απόσταση $H = 100\text{m}$ και η ακτίνα της τροχαλίας ισούται με $R = 1\text{m}$. Τα σώματα συγκρατούνται ακίνητα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο το οποίο απέχει $h = 50\text{m}$ από το έδαφος και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν. Το νήμα τη χρονική στιγμή t_1 που η κατακόρυφη απόσταση των σωμάτων γίνεται ίση με 25m κόβεται και απομακρύνεται με κατάλληλο τρόπο ώστε να μην επηρεάζει την κίνηση των σωμάτων μετά το κόψιμο. Αν θεωρήσουμε ότι:



- ✚ οι τριβές μεταξύ άξονα εξάρτησης και του δίσκου της τροχαλίας είναι μηδενικές ,
- ✚ οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στα δύο σώματα έχουν ίσα μέτρα,
- ✚ η αντίσταση (και άνωση) του αέρα θεωρείται αμελητέα,
- ✚ ο άξονας $y'y'$ των θέσεων των σωμάτων είναι θετικός προς τα πάνω με σημείο αναφοράς ($y = 0$) το έδαφος

✚ $g = 10\text{m} / \text{s}^2$,

☞ Πριν το κόψιμο του νήματος, να βρείτε:

- α)** την επιτάχυνση των σωμάτων,
- β)** τη χρονική στιγμή t_1 που κόβεται το νήμα,
- γ)** τα μέτρα των ταχυτήτων τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

☞ Μετά το κόψιμο του νήματος, να υπολογίσετε:

- δ)** την κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 τη στιγμή που χτυπά στο έδαφος και το μέτρο της ταχύτητάς του τότε $\sqrt{6} = 2,45$,
- ε)** την ελάχιστη κατακόρυφη απόσταση του σώματος μάζας m_2 από το κατώτερο σημείο της περιφέρειας του δίσκου της τροχαλίας,
- στ)** τη χρονική στιγμή που το σώμα μάζας m_2 χτυπά στο έδαφος και το μέτρο της ταχύτητάς του ελάχιστα πριν χτυπήσει στο έδαφος,

§ να γίνει διάγραμμα θέσεως-χρόνου και μετατοπίσεως –χρόνου για το σώμα μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που χτυπά στο έδαφος.

[Η άσκηση είναι από τον φυσικό Άρη Μαρκαντωνάτο του 1^{ου} ΓΕΛ Αργινίου]

Απάντηση.

α) Τα δύο σώματα καθώς κινούνται ως σύστημα διανύουν την ίδια απόσταση στον ίδιο χρόνο ...άρα έχουν την ίδια επιτάχυνση a .

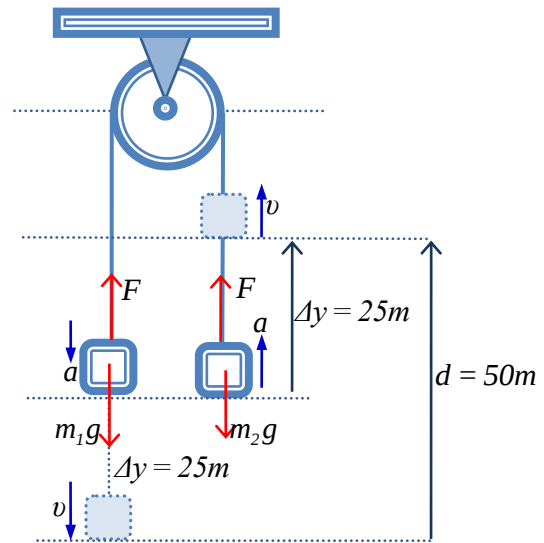
Γράφουμε το 2ο νόμο Newton για κάθε σώμα:

$$\Sigma F_y = m_1 a \Rightarrow m_1 g - F = m_1 a \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = m_2 a \Rightarrow m_2 g - F = m_2 a \quad (2)$$

Προσθέτουμε τις δύο εξισώσεις και παίρνουμε $m_1 g - m_2 g = m_1 a + m_2 a \Rightarrow$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \Rightarrow a = 2m / s^2$$



β) Όταν τα σώματα θα απέχουν απόσταση $d = 50m$ κάθε σώμα θα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta y = 25m$, οπότε $\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{s.I} 25 = \frac{1}{2} 2 t_1^2 \Rightarrow$

$$t_1 = 5s$$

γ) $v_1 = v_2 = v = a t_1 \Rightarrow v = 10m / s$

δ) Μετά το κόψιμο το νήματος στα σώματα ασκείται μόνο το βάρος τους και η κίνησή του γίνεται με επιτάχυνση μέτρου $a' = g = 10m / s^2$.

Για το σώμα μάζας m_1

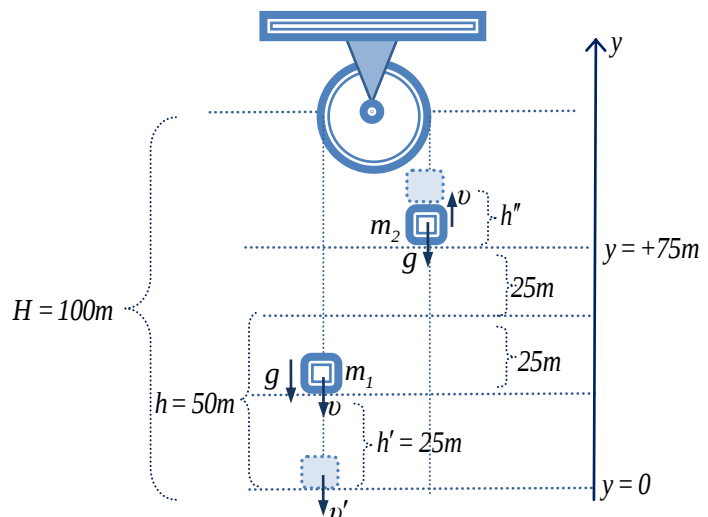
εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ

$$\Delta K = W_B = m_1 g h' \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v^2 = m_1 g h'$$

$$\Rightarrow v' = \sqrt{v^2 + 2 g h'}$$

$$\xrightarrow[h=10m/s]{h'=25m} v' = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 25} \Rightarrow v' = 10\sqrt{6} \Rightarrow v' = 24,5m / s.$$



ε) Το σώμα m_2 μετά το κόψιμο του νήματος ανέρχεται έστω h'' (όπου προφανώς η ταχύτητά του μηδενίζεται ...και αρχίζει να κατέρχεται) .

Για το σώμα μάζας m_2 εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ $\Delta K = W_B = -m_2gh'' \Rightarrow$

$$0 - \frac{1}{2}m_2v^2 = -m_2gh'' \Rightarrow h'' = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow h'' = 5m.$$

Από το σχήμα φαίνεται ότι η ζητούμενη ελάχιστη κατακόρυφη απόσταση στην οποία φθάνει το σώμα από το κατώτερο σημείο του δίσκου της τροχαλίας είναι $s = 25m - R - h'' \Rightarrow s = 19m$

στ) Για το σώμα μάζας m_2 εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από την θέση που κόπηκε το νήμα μέχρι που κτυπάει στο έδαφος $\Delta K = W_B = m_2gd$, όπου $d = 75m \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m_2v''^2 - \frac{1}{2}m_2v^2 = -m_2gd \Rightarrow v'' = \sqrt{v^2 + 2gd} \xrightarrow[v=10m/s]{d=75m} v'' = 40m/s$$

Ας θεωρήσουμε νέα αρχή χρόνων $t_0 = 0$ μόλις κόπηκε το νήμα. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα μάζας m_2 για το σύστημα αναφοράς του σχήματος έχει:

■ αρχική θέση $y_0 = +75m$

■ αρχική ταχύτητα $v = +10m/s$ και

■ επιτάχυνση $a = g = -10m/s^2$

Οι χρονικές εξισώσεις ταχύτητας και θέσης του σώματος αυτού είναι

$$v_2 = v + at \Rightarrow v_2 = 10 - 10t \text{ (S.I)} \quad (1)$$

$$y = y_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow y = 75 + 10t - 5t^2 \text{ (S.I)} \quad (2)$$

Ο χρόνος για βρεθεί το σώμα στο έδαφος προκύπτει από την (1) αν θέσουμε ως v_2 την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας μόλις φθάνει στο έδαφος που είναι για το

σύστημα αναφοράς αρνητική $v'' = -40m/s$... άρα $-40 = 10 - 10t \Rightarrow t = 5s$

Ο χρόνος βρίσκεται και διαφορετικά από την εξίσωση (2) αν θέσουμε ως y την αλγεβρική τιμή της θέσης του σώματος μόλις φθάνει στο έδαφος ... και η οποία για το σύστημα αναφοράς είναι $y = 0$... $y = 75 + 10t - 5t^2 \Rightarrow$

$$0 = 75 + 10t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 10t - 75 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 15 = 0.$$

Οι λύσεις αυτής είναι $t = -3s$ και $t = 5s$ με δεκτή προφανώς την $t = 5s$.

Σχόλιο . Αν βρίσκαμε πρώτα τον χρόνο από την εξίσωση αυτή η ταχύτητα υπολογίζεται από την χρονική $v_2 = 10 - 10t$ για $t = 5s$.

ζ)

