

Στάσιμα κύματα

Μια πρόταση διδασκαλίας των στασίμων κυμάτων.

Εδώ παραθέτουμε τα σημεία που πρέπει να επιμείνει ο καθηγητής φυσικής στο κεφάλαιο των στασίμων κυμάτων, ώστε ο μαθητής όχι μόνο να κατανοήσει τις απαραίτητες έννοιες σε βάθος, αλλά να έχει και την δυνατότητα επεξεργασίας πιο σύνθετων θεμάτων. Οι παράγραφοι που τονίζονται παρακάτω αναφέρονται στο 1ο βιβλίο μου «Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου».

A. Αναλύουμε τον τρόπο δημιουργίας του στασίμου κύματος σε μια χορδή. Εξηγούμε από ποια τρέχοντα κύματα προέρχεται η ανωτέρω δημιουργία. Γράφουμε τις αντίστοιχες εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων και εξηγούμε πως προκύπτει η εξίσωση του στάσιμου κύματος $\psi(x,t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu(\omega t)$.

(παρ. 13 σελίδα 497,498)

Με βάση αυτή την εξίσωση τονίζουμε (παρ 13 σελίδα 498,499) :

✚ Ποια είναι η περίοδος και η συχνότητα της ταλάντωσης κάθε μορίου της χορδής (... ίδια με αυτή των τρεχόντων κυμάτων...).

✚ Την εξίσωση που δίνει το πλάτος ταλάντωσης κάθε μορίου της χορδής

$$A' = \left| 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right|, \text{ ποιες τιμές παίρνει (} 0 \leq A' \leq 2A \text{) και ότι εξαρτάται από}$$

τη συντεταγμένη x του σημείου στον άξονα ταλάντωσης.

✚ Ότι υπάρχουν σημεία της χορδής που είναι συνεχώς ακίνητα (δεσμοί) και σημεία που ταλαντώνονται με το μέγιστο πλάτος $A' = 2A$ (κοιλίες).

B. Εξηγούμε το σχήμα (γ) της σελίδας 498 για τα διαδοχικά στιγμιότυπα ενός στάσιμου κύματος σε μια χορδή. Ουσιαστικά εξηγούμε πως πάλλεται η χορδή όταν πάνω σε αυτήν δημιουργηθούν τα στάσιμα κύματα.

Γ. Τονίζουμε ποια είναι η φάση ταλάντωσης των διαφόρων σημείων της χορδής (παρ. 13.2 σελίδα 500).

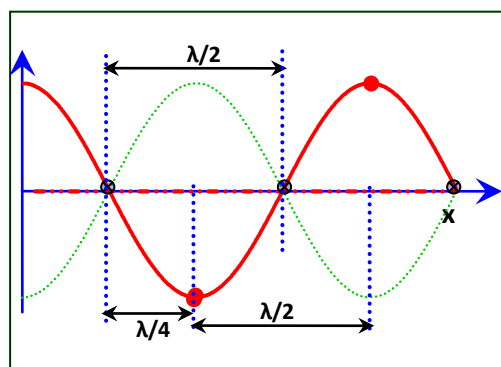
Δ. Εξάγουμε τις σχέσεις που δίνουν:

✚ Τις θέσεις δεσμών ως προς την αρχή

$$O(x=0), \quad x_\delta = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4}.$$

✚ Τις θέσεις κοιλιών ως προς την αρχή

$$O(x=0), \quad x_\kappa = \kappa \frac{\lambda}{2}.$$



✚ Την απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεσμών ή διαδοχικών κοιλιών $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$

✚ Την απόσταση μεταξύ δεσμού και επόμενης κοιλίας: $\Delta x = \frac{\lambda}{4}$

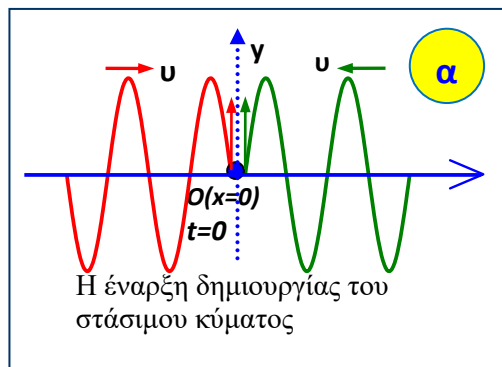
(Παρ. 13.1 σελίδες 499, 500)

Ε. Προσεγγίζουμε ενεργειακά το στάσιμο κύμα (παρ. 13.3, σελ 500,501).

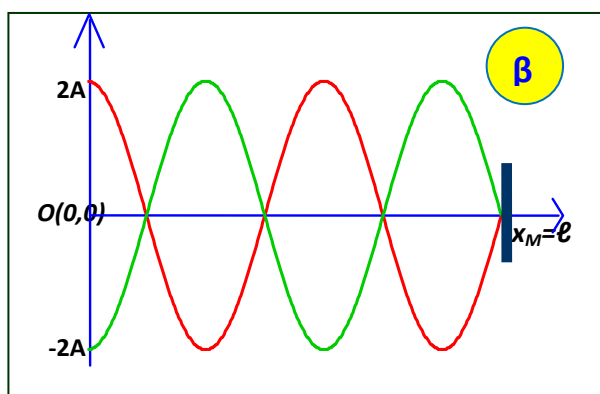
Στ. Πότε ισχύει η εξίσωση $\psi(x,t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu(\omega t)$;

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος με την μορφή $\psi(x,t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu(\omega t)$

ισχύει με τις παρακάτω προϋποθέσεις για την αρχή $O(x=0)$ του άξονα $x'x$ και την αρχή των χρόνων αρχή $t_0 = 0$. Ως $O(x=0)$ πρέπει να πάρουμε οπωσδήποτε σε μια κοιλία και ως $t_0 = 0$ τη στιγμή που η κοιλία αυτή είναι στη θέση ισορροπίας $y=0$, έχοντας θετική ταχύτητα ταλάντωσης. Ειδικότερα η εξίσωση ισχύει:

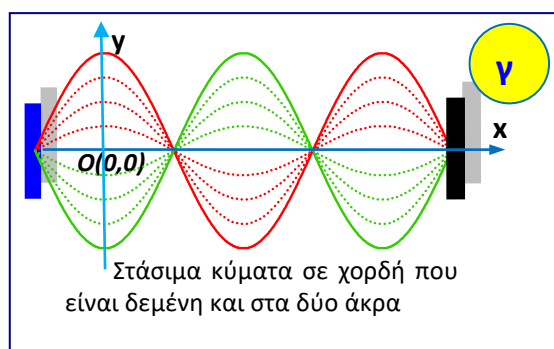


1.α) Αν ως αρχή $O(x=0)$ του άξονα $x'x$ και αρχή χρόνων $t=0$ λάβουμε τη θέση και τη στιγμή συνάντησης δύο όμοιων τρεχόντων κυμάτων $y_1(x,t) = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ και $y_2(x,t) = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$ που διαδίδονται αντίθετα στη χορδή (σχήμα α). Στη θέση συνάντησης των δύο κυμάτων $O(x=0)$ δημιουργείται κοιλία η οποία την στιγμή εκείνη $t=0$ έχει τη μέγιστη θετική ταχύτητα ταλάντωσης.



1.β) Μετά την ολοκλήρωση δημιουργίας του στάσιμου κύματος ως αρχή $O(x=0)$ του άξονα $x'x$ μπορούμε να πάρουμε τη θέση μιας κοιλίας. Αν υπάρχει κοιλία στην αρχή εκεί συμφέρει να πάρουμε $x=0$. Ως $t=0$ θα θεωρήσουμε τη στιγμή που η κοιλία αυτή διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της $y=0$ με ταχύτητα ταλάντωσης $v_{ταλ} > 0$ (σχήμα β).

1.γ) Προσέξτε το στάσιμο κύμα στη χορδή του σχήματος (γ) που δεν υπάρχει κοιλία σε κάποιο άκρο. Εδώ για να ισχύει η εξίσωση $\psi(x,t) = 2A \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \eta\mu(\omega t)$, ως $O(x=0)$



πρέπει να πάρουμε οπωσδήποτε σε μια κοιλία και όχι στην αρχή της χορδής. Ως $t_0 = 0$ θα πάρουμε τη στιγμή που η κοιλία αυτή είναι στη θέση ισορροπίας $y=0$, έχοντας θετική ταχύτητα ταλάντωσης.

Ζ. Συνθήκες δημιουργίας στάσιμου κύματος σε χορδή.

Αν η χορδή έχει ελεύθερο άκρο εκεί σχηματίζεται κοιλία, ενώ αν κάποιο άκρο της είναι δεμένο εκεί προφανώς δεν μπορεί να υπάρξει ταλάντωση και έχουμε δημιουργία δεσμού.

α) Δημιουργία στάσιμου κύματος σε χορδή με δεμένα και τα δύο άκρα.

Στην περίπτωση αυτή στα άκρα της χορδής υπάρχουν δεσμοί και το πλήθος των ατράκτων είναι ακέραιος θετικός

αριθμός $\kappa \in \mathbb{Z}^+$. Επίσης έχουμε

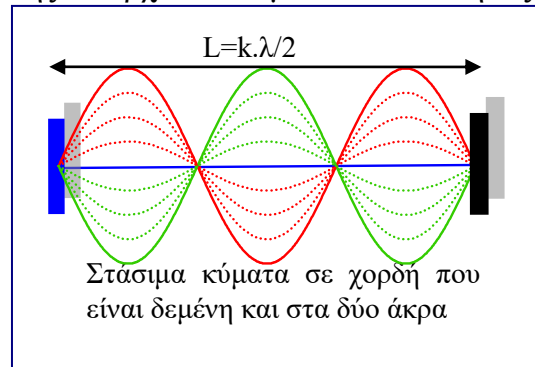
πλήθος των ατράκτων: κ

πλήθος δεσμών: $(\kappa+1)$

πλήθος κοιλιών: κ

Μήκος χορδής: $L = \kappa \frac{\lambda}{2} \Rightarrow L = \kappa \frac{v}{2f}$ ή

$$f = \kappa \frac{v}{2L} \quad (\kappa=0, 1, 2, 3 \dots \mathbb{Z}^+). \text{ Άρα για}$$



να σχηματισθούν στάσιμα κύματα σε μια τέτοια χορδή πρέπει η συχνότητα f διέγερσης της χορδής να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της ποσότητας $\frac{v}{2L}$ που αποτελεί και την μικρότερη δυνατή συχνότητα διέγερσης - θεμελιώδης συχνότητα $f_0 = \frac{v}{2L}$. (παρα13.4 περίπτωση α, σελίδα 501)

β) Δημιουργία στάσιμου κύματος με ελεύθερο το ένα άκρο της χορδής.

Στην περίπτωση αυτή στο δεμένο άκρο σχηματίζεται δεσμός και μελετάμε την περίπτωση που στο ελεύθερο άκρο της χορδής υπάρχει κοιλία.

Παίρνοντας $O(x=0)$ στην αρχή, που υπάρχει κοιλία, η θέση του τελευταίου δεσμού ισούται με το μήκος της χορδής

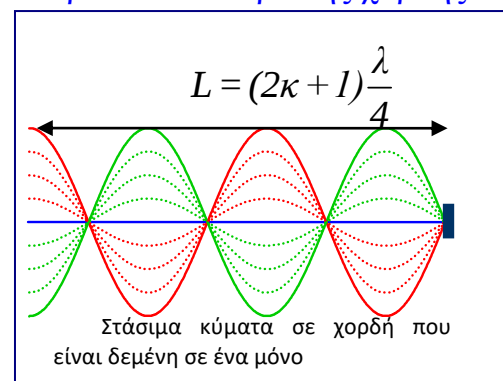
$$x_d = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4} = L, \text{ οπότε}$$

$$L = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = (2\kappa + 1) \frac{v}{4f} \text{ ή}$$

$$f = (2\kappa + 1) \frac{v}{4L} \quad (\kappa=0, 1, 2, 3 \dots \mathbb{Z}^+). \text{ Άρα για να σχηματισθούν στάσιμα κύματα}$$

σε μια τέτοια χορδή πρέπει η συχνότητα διέγερσης της χορδής να είναι ακέραιο περιττό πολλαπλάσιο της ποσότητας $\frac{v}{4L} = f_0$ που αποτελεί και την μικρότερη δυνατή συχνότητα διέγερσης (θεμελιώδης συχνότητα).

Εδώ σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση, έχουμε ίδιο αριθμό δεσμών και κοιλιών.



Προσοχή στην τιμή του κ στις ανωτέρω σχέσεις ... Αν το πλήθος των δεσμών είναι N το κ παίρνει τιμή $\kappa=N-1$. (Παράγραφος 13.4 σελίδα 502) .

Τα παραδείγματα –εφαρμογές- για καλύτερη κατανόηση της συμβολής κατατάσσονται στις παρακάτω κατηγορίες :

Η παρακάτω μεθοδολογία για κάθε περίπτωση καλύπτεται πλήρως με ανάλυση και παραδείγματα στο 1ο βιβλίο μου « Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου ».

1^η Εφαρμογή: Εξισώσεις τρεχόντων και στασίμου κύματος, πλάτος ταλάντωσης, θέσεις κοιλιών – δεσμών, φάση ταλάντωσης, προϋποθέσεις δημιουργίας στασίμου κύματος . (§13.5.1 και §13.5.1 σελίδες 502-506))

2^η Εφαρμογή. Εξίσωση στασίμου κύματος, πλάτος ταλάντωσης, θέσεις κοιλιών – δεσμών, φάση ταλάντωσης, προϋποθέσεις δημιουργίας στασίμου κύματος (§13.5.3)

3^η Εφαρμογή. Προϋποθέσεις δημιουργίας στάσιμου κύματος - στιγμιότυπο στάσιμου κύματος (§13.5.4 και §13.5.5 σελίδες 508-511 και §13.5.9)

4^η Εφαρμογή. Η αρχή δημιουργίας του στάσιμου κύματος... Στάσιμο κύμα σε μια ορισμένη περιοχή του μέσου (§13.5.7, §13.5.8)

Για εξάσκηση προτείνονται από το 3^ο βιβλίο μου «Θέματα φυσικής Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης»

Ερωτήσεις Κλειστού Τύπου: 8.4 έως και 8.11

Ερωτήσεις κατανόησης: 8.13, 8.16, 8.17, 8.18, 8.19, 8.20, 8.21, 8.22.

Ασκήσεις και Προβλήματα: 8.26, 8.28, 8.31, 8.33, 8.35, 8.36, 8.37.

Αν υπάρχει χρόνος ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχει η 13.5.7 του 1^{ου} Βιβλίου μου.