

Ταλάντωση σώματος με τη δράση μεταβλητής δύναμης που δρα για ένα χρονικό διάστημα.

Ένα σώμα Σ μάζας $M = 3\text{Kg}$ ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K = 100\text{N/m}$. Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω και η οποία δρα μόνο για χρόνο $t = 0,2\text{s}$. Η δύναμη αυτή έχει αλγεβρική τιμή η οποία σε συνάρτηση με την μετατόπιση y του σώματος από τη θέση ισορροπίας, δίνεται από τη σχέση $F = 30 + 100y$ (S.I). Μετά τη κατάργηση της δύναμης να βρείτε:

- α) να βρείτε την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος, το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης.
β) και να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της ταλάντωσης. (Θεωρείστε τα θετικά προς τα κάτω $g = 10\text{ms}^{-2}$)

Απάντηση

Η θέση ισορροπίας του ταλαντωτή πριν την δράση της $\vec{F}$ είναι στη θέση Γ που είναι κάτω από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου κατά $\Delta\ell_0$ και ισχύει $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow mg = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow mg = K\Delta\ell_0 \Rightarrow \Delta\ell_0 = 0,3\text{m}$.

Το ζητούμενο στο θέμα αυτό είναι ο υπολογισμός του έργου της μεταβλητής δύναμης και απαραίτητο προς τούτο είναι η μετατόπιση στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

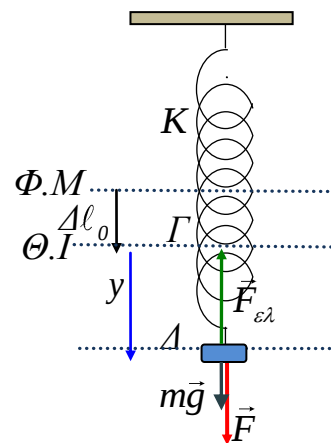
Ας προσέξουμε την συνισταμένη των δυνάμεων σε τυχαία μετατόπιση y .

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση αυτή είναι:

- ✚ το βάρος του σώματος $B = mg = 30\text{N}$,
- ✚ η δύναμη του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda} = K\Delta\ell \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = K(\Delta\ell_0 + y) \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 100(0,3 + y)$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = 30 + 100y$ (S.I),
- ✚ η δύναμη $F = 30 + 100y$ (S.I).

$$\Sigma F = B + F - F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow \Sigma F = 30 + (30 + 100y) - (30 + 100y) \Rightarrow$$

$$\Sigma F = 30\text{N} = \text{σταθερή!!} \Rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} \Rightarrow a = \frac{30\text{N}}{3\text{Kg}} \Rightarrow a = 10\text{ms}^{-2}.$$



Επειδή η μετατόπιση έγινε με σταθερή επιτάχυνση θα είναι $y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$

$y = \frac{1}{2}10 \cdot 0,2^2 \Rightarrow y = 0,2m$. Το έργο της δύναμης $F = 30 + 100y$ βρίσκεται από το εμβαδόν της $F = f(y)$ για $0 \leq y \leq 0,2m$

$$W_F = \frac{30 + 50}{2} 0,2 \Rightarrow W_F = 8J$$

Ενέργεια ταλάντωσης $E = W_F = 8J$

Πλάτος ταλάντωσης $E = \frac{1}{2}DA^2$

$$A = \sqrt{\frac{2E}{K}} \Rightarrow A = 0,4m.$$

Κυκλική συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{3}} \frac{rad}{s}$$

$$y = 0,4\eta\mu\left(\sqrt{\frac{100}{3}}t + \frac{\pi}{6}\right) (S.I) \text{ και}$$

$$v = 2\sqrt{\frac{5}{3}}\eta\mu\left(\sqrt{\frac{100}{3}}t + \frac{\pi}{6}\right) (S.I)$$

