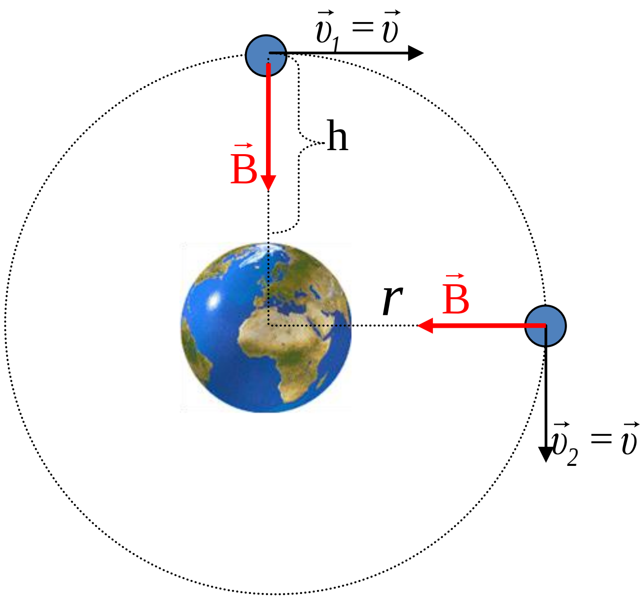
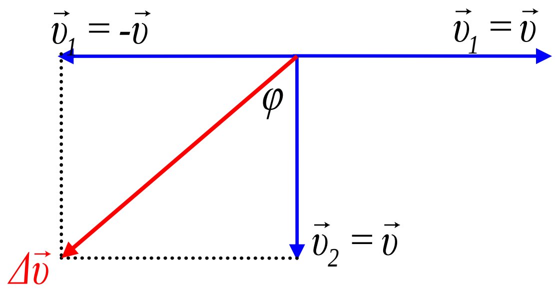
Ο τεχνητός δορυφόρος της Γής



Τεχνητός δορυφόρος της Γης θεωρητικά μπορεί να γίνει ένα οποιοδήποτε σώμα που θα του δώσουμε κατάλληλη ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κάθετη στην ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς που θα διαγράψει. Μια τέτοια κίνηση θα είναι ομαλή κυκλική και το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης θα «παίζει» το βάρος. Στο σχήμα φαίνεται ένας τέτοιος δορυφόρος της Γης, σε δύο θέσεις που αντιστοιχούν στο τέταρτο της περιόδου. Ο δορυφόρος διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας r σε ύψος h πάνω από τη γη ($r = R + h$).Το μέτρο της ταχύτητα έχει και στις δύο θέσεις το ίδιο μέτρο αλλά έχει μεταβληθεί η διεύθυνσή της κατά $\varphi = \frac{\pi}{2} rad$ (90 μοίρες), έτσι η ταχύτητα διανυσματικά μεταβάλλεται. Το διάνυσμα της μεταβολής της ταχύτητας είναι:



$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1 \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 + (-\vec{\upsilon}_1)$, δηλαδή για να βρούμε την μεταβολή προσθέτουμε στην τελική ταχύτητα το αντίθετο της αρχικής… όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μέτρο του διανύσματος της μεταβολής της ταχύτητας έχει μέτρο $\Delta\upsilon = \sqrt{\upsilon_2^2 + (-\upsilon_1)^2} \Rightarrow \Delta\upsilon = \sqrt{\upsilon^2 + (-\upsilon)^2} \Rightarrow \boxed{\Delta\upsilon = \upsilon\sqrt{2}}$. Το σχήμα που σχηματίζεται είναι τετράγωνο και έτσι $\varphi = \frac{\pi}{4} rad$, δηλαδή το διάνυσμα $\Delta\vec{\upsilon}$ σχηματίζει με την

$\vec{\upsilon}_2$ γωνία $\varphi = \frac{\pi}{4} rad$. Τώρα η το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ υπολογίζεται από την λογική ότι το βάρος του σώματος «παίζει» για τον δορυφόρο κεντρομόλο ρόλο…. $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_k \Rightarrow \quad B = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow mg = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow g = \frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \boxed{\upsilon = \sqrt{gr}}$ (όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας στη περιοχή του δορυφόρου …αυτή είναι μεταβλητή και μειώνεται με το ύψος h σύμφωνα με την σχέση … $g = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ … g_0 η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης).

Έτσι η προηγούμενη σχέση για το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας γίνεται

$$\Delta\upsilon = \sqrt{gr}\sqrt{2} \Rightarrow \Delta\upsilon = \sqrt{2gr} \Rightarrow \Delta\upsilon = \sqrt{2g(R+h)}$$

$$\Rightarrow \Delta\upsilon = \sqrt{2g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 (R+h)} \Rightarrow \boxed{\Delta\upsilon = \sqrt{2g_0\frac{R^2}{R+h}}}$$