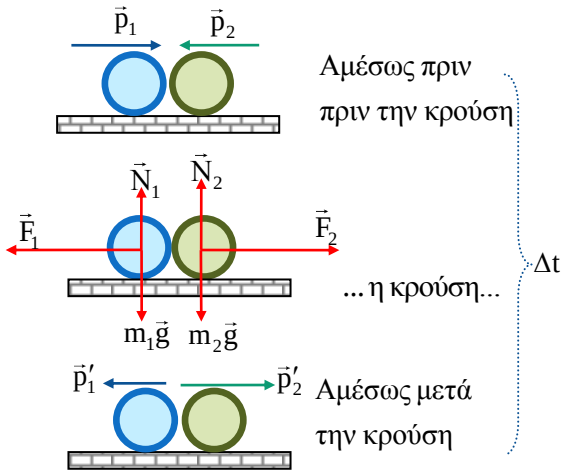
Κρούσεις: Η διατήρηση της ορμής - παρανοήσεις και συμπεράσματα.

Γενικά για να ισχύει η διατήρηση της ορμής σε ένα σύστημα πρέπει το σύστημα των συγκρουομένων σωμάτων να είναι μονωμένο, δηλαδή να μην ασκούνται στα σώματα εξωτερικές δυνάμεις κατά την διάρκεια της κρούσης.
Στα προβλήματα των κρούσεων έχουμε περιπτώσεις συστημάτων που είναι «αυστηρά» μονωμένα, «προσεγγιστικά» μονωμένα αλλά και συστήματα μη μονωμένα.

Α. Κρούσεις σε «αυστηρά» μονωμένα συστήματα.

Στο σχήμα τα συγκρουόμενα σώματα κινούνται πάνω σε λείο δάπεδο. Οι εξωτερικές δυνάμεις $\left[\vec{N}_1, m_1\vec{g}\right]$ και $\left[\vec{N}_2, m_2\vec{g}\right]$ που ασκούνται στο 1ο και 2ο σώμα αναιρούνται ...και έτσι το σύστημα κατά την διάρκεια Δt της κρούσης είναι **«αυστηρά» μονωμένο**. Οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα είναι οι εσωτερικές δυνάμεις κρούσης $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που ως δράση αντίδραση είναι αντίθετες $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.



Για την διάρκεια της κρούσης εφαρμόζουμε τον 2ο γενικευμένο νόμο Newton.

1ο σώμα: $\Sigma\vec{F}_x\Delta t = \Delta\vec{p}_1 \Rightarrow \vec{F}_1\Delta t = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1$ (1)

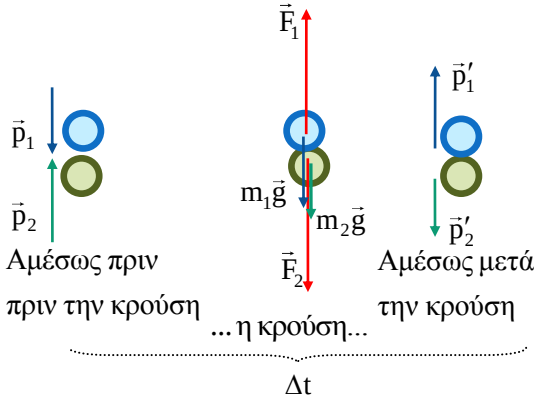
2ο σώμα: $\Sigma\vec{F}_x\Delta t = \Delta\vec{p}_2 \Rightarrow \vec{F}_2\Delta t = \vec{p}'_2 - \vec{p}_2$ (2)

Με πρόσθεση κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη ότι $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ παίρνουμε $0 = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1 + \vec{p}'_2 - \vec{p}_2$ ή $\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ που είναι η σχέση διατήρησης της ορμής του συστήματος κατά την διάρκεια της κρούσης.

Β. Κρούσεις σε «προσεγγιστικά» μονωμένα συστήματα.

1ο παράδειγμα προσεγγιστικά μονωμένου συστήματος:

Στο σχήμα τα συγκρουόμενα σώματα κινούνται στο κενό σε κατακόρυφο επίπεδο (κατακόρυφες βολές). Οι εξωτερικές δυνάμεις των βαρών $m_1\vec{g}$ και $m_2\vec{g}$ που ασκούνται στο 1ο και 2ο σώμα δεν αναιρούνται ...και έτσι το σύστημα κατά την διάρκεια Δt της κρούσης **«αυστηρά» δεν είναι μονωμένο**. Εκτός βέβαια από τα βάρη υπάρχουν και οι εσωτερικές δυνάμεις κρούσης $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που ως δράση αντίδραση είναι αντίθετες $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.



Για την διάρκεια της κρούσης εφαρμόζουμε τον 2ο γενικευμένο νόμο Newton.

1ο σώμα: $\Sigma\vec{F}_x\Delta t = \Delta\vec{p}_1 \Rightarrow \vec{F}_1\Delta t + m_1\vec{g}\Delta t = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$ (3)

2ο σώμα: $\Sigma\vec{F}_x\Delta t = \Delta\vec{p}_2 \Rightarrow \vec{F}_2\Delta t + m_2\vec{g}\Delta t = \vec{p}_2' - \vec{p}_2$ (4)

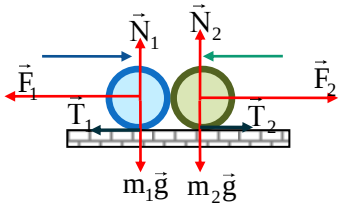
Με πρόσθεση κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη ότι $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ παίρνουμε $m_1\vec{g}\Delta t + m_2\vec{g}\Delta t = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 + \vec{p}_2' - \vec{p}_2$ ή $\left[\vec{p}_1 + \vec{p}_2\right] + m_1\vec{g}\Delta t + m_2\vec{g}\Delta t = \left[\vec{p}_1' + \vec{p}_2'\right]$ ή $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' \neq \vec{p}_1 + \vec{p}_2$.
Από ότι φαίνεται εδώ **«αυστηρά» δεν ισχύει** η σχέση διατήρησης της ορμής του συστήματος κατά την διάρκεια της κρούσης.
Επειδή όμως το μέτρο των δυνάμεων κρούσης είναι πολύ μεγαλύτερο από τα βάρη των σωμάτων και η διάρκεια της κρούσης σχεδόν μηδενική με ικανοποιητική προσέγγιση ισχύει $m_1g\Delta t \ll F_1\Delta t$ και $m_2g\Delta t \ll F_2\Delta t$. Έτσι οι σχέσεις (3) και (4) **προσεγγιστικά** γράφονται

(3) $\Rightarrow \vec{F}_1\Delta t = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$ (3΄)

(4) $\Rightarrow \vec{F}_2\Delta t = \vec{p}_2' - \vec{p}_2$ (4΄)

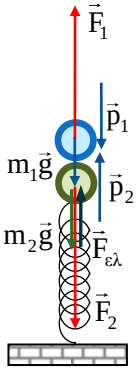
Με πρόσθεση κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη ότι $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ παίρνουμε $0 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 + \vec{p}_2' - \vec{p}_2$ ή $\vec{p}_1' + \vec{p}_2' = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ που είναι η σχέση διατήρησης της ορμής του συστήματος κατά την διάρκεια της κρούσης, μόνο που εδώ η σχέση **διατήρησης της ορμής είναι προσεγγιστική** καθόσον το σύστημα θεωρείται **«προσεγγιστικά» μονωμένο.**

2ο παράδειγμα προσεγγιστικά μονωμένου συστήματος:



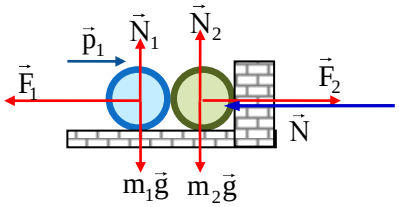
Στο σχήμα τα συγκρουόμενα σώματα κινούνται πάνω σε μη λείο δάπεδο, οπότε εκτός από τις εξωτερικές δυνάμεις $\left[\vec{N}_1, m_1\vec{g}\right]$ και $\left[\vec{N}_2, m_2\vec{g}\right]$ που αναιρούνται υπάρχουν και οι τριβές $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ που ασκούνται στο στα σώματα και δεν αναιρούνται. Το σύστημα αυτό κατά την διάρκεια Δt της κρούσης **«αυστηρά» δεν είναι μονωμένο.** Επειδή όμως το μέτρο των δυνάμεων κρούσης είναι πολύ μεγαλύτερο από τις τριβές και η διάρκεια της κρούσης σχεδόν μηδενική με ικανοποιητική προσέγγιση ισχύει $T_1\Delta t \ll F_1\Delta t$ και $T_2\Delta t \ll F_2\Delta t$. Έτσι το σύστημα θεωρείται **«προσεγγιστικά» μονωμένο** και θεωρούμε ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής κατά την διάρκεια της κρούσης.

3ο παράδειγμα προσεγγιστικά μονωμένου συστήματος:



Στο σχήμα ένα σώμα πέφτει κατακόρυφα πάνω σε άλλο που είναι δεμένο σε ελατήριο, εκτελεί ταλάντωση και τη στιγμή της κρούσης κινείται ανερχόμενο. Εδώ υπάρχουν οι εξωτερικές δυνάμεις των βαρών $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$ και δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ που ασκούνται στο 1ο και 2ο σώμα δεν αναιρούνται ...και το σύστημα κατά την διάρκεια Δt της κρούσης **«αυστηρά» δεν είναι μονωμένο**. Αλλά και εδώ το μέτρο των δυνάμεων κρούσης είναι πολύ μεγαλύτερο από τα βάρη και την δύναμη του ελατηρίου και η διάρκεια της κρούσης σχεδόν μηδενική. Έτσι και αυτό το σύστημα θεωρείται **«προσεγγιστικά» μονωμένο** και δεχόμαστε ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής κατά την διάρκεια της κρούσης.

Γ. Κρούσεις σε μη μονωμένα συστήματα.

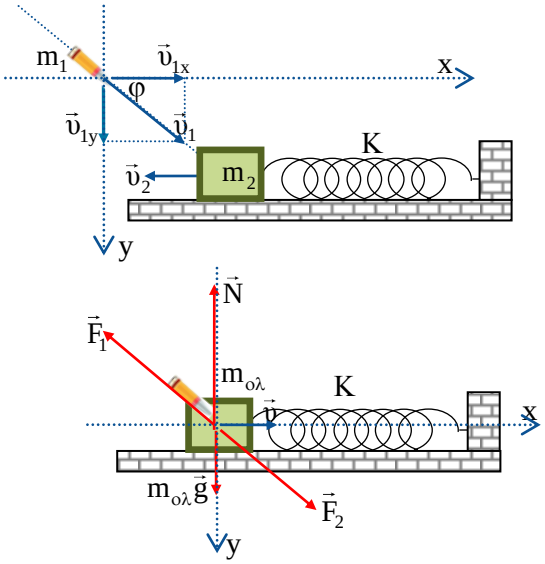


Στο σχήμα μια σφαίρα κινείται πάνω σε λείο δάπεδο και συγκρούεται με ορμή $\vec{p}_1$ με άλλη σφαίρα που είναι ακίνητη και στηρίζεται σε κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο. Εδώ πέρα από τις εξωτερικές δυνάμεις $\left[\vec{N}_1, m_1\vec{g}\right]$ και $\left[\vec{N}_2, m_2\vec{g}\right]$ που ασκούνται στο 1ο και 2ο σώμα και αναιρούνται υπάρχει και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από τον τοίχο που δεν έχει καθορισμένη τιμή αλλά επειδή ο τοίχος είναι ακλόνητος η δύναμη αυτή μπορεί να πάρει πολύ μεγάλες τιμές, τιμές του επιπέδου του μέτρου των δυνάμεων κρούσης. Εδώ ο παράγοντας $N\Delta t$ σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να θεωρηθεί πολύ μικρότερος από τον $F_2\Delta t$ και να αγνοηθεί.

Έτσι όπου στην κρούση **στον άξονα κρούσης υπάρχουν δυνάμεις στήριξης από ακλόνητες επιφάνειες** το σύστημα **δεν είναι μονωμένο,** αλλά και **δεν** θεωρείται **«προσεγγιστικά» μονωμένο** και στις περιπτώσεις αυτές **δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής** κατά την διάρκεια της κρούσης.

Δ. Διατήρηση ορμής κατά την κρούση σε ένα μόνο άξονα.

Υπάρχουν περιπτώσεις που οι δυνάμεις στήριξης από ακλόνητες επιφάνειες εμποδίζουν την κίνηση σε ένα μόνο άξονα αλλά επιτρέπουν την ελεύθερη κίνηση σε άλλον άξονα κάθετο στον προηγούμενο. Έτσι έχουμε **διατήρηση ορμής** μόνο σε έναν άξονα **τον άξονα της ελεύθερης μετακίνησης που είναι παράλληλος με το δάπεδο στήριξης .**



1ο παράδειγμα διατήρησης ορμής σε ένα άξονα:

Στο σχήμα ένα σώμα μάζας m_2 εκτελεί ταλάντωση πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένο σε ένα οριζόντιο ελατήριο. Ένα βλήμα μάζας m_1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα με ταχύτητα υ_1 που σχηματίζει φ με τον ορίζοντα.

Το σύστημα αυτό μετά την κρούση είναι ελεύθερο για μετακίνηση μόνο στον άξονα x′x . Στον άξονα αυτό x′x της ελεύθερης μετακίνησης, αν και υπάρχει η εξωτερική δύναμη του ελατηρίου, θεωρούμε το σύστημα προσεγγιστικά μονωμένο και επομένως διατηρήσιμη την ορμή του.

Στον άξονα αυτό y′y επειδή δεν επιτρέπεται η ελεύθερη μετακίνηση και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ μπορεί να πάρει μεγάλες τιμές το σύστημα δεν είναι μονωμένο και προφανώς δεν έχουμε διατήρηση της ορμής.

Άρα: $\vec{p}_{ολ,x} = σταθερή \Rightarrow m_1\upsilon_{1x} - m_2\upsilon_2 = m_{ολ}\upsilon$ ή $m_1\upsilon_1 συνφ - m_2\upsilon_2 = m_{ολ}\upsilon$

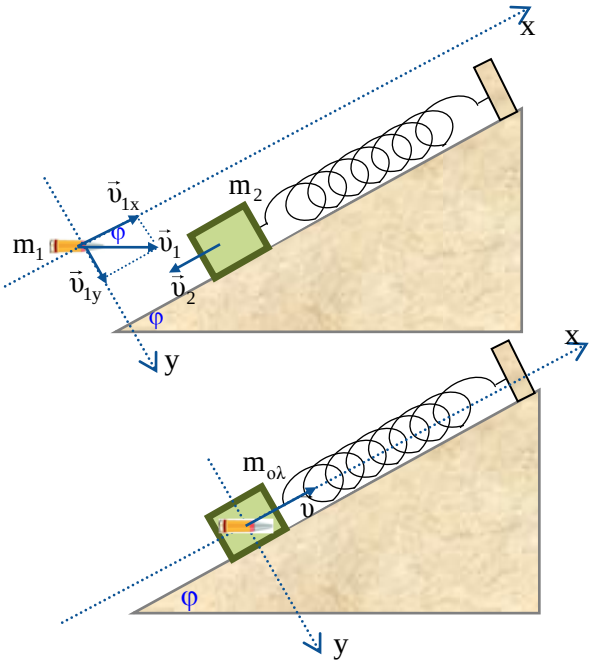
και $\vec{p}_{ολ,y} \neq σταθερή \ldots \Sigma\vec{F}_y\Delta t = \Delta\vec{p}_y \Rightarrow \left(N - m_1g - m_2g\right)\Delta t = 0 - \left(-m_1\upsilon_{1y}\right) \Rightarrow$

$(N - m_1 g - m_2 g)\Delta t = 0 + m_1 \upsilon_1 \eta\mu\varphi$ ... όπου Δt η διάρκεια της κρούσης .

2ο παράδειγμα διατήρησης ορμής σε ένα άξονα:

Στο σχήμα ένα σώμα μάζας m_2 εκτελεί ταλάντωση πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο δεμένο στο κάτω άκρο ενός ελατηρίου. Ένα βλήμα μάζας m_1 κινείται οριζόντια και συγκρούεται με ταχύτητα υ_1 πλαστικά με το σώμα .

Το σύστημα αυτό μετά την κρούση είναι ελεύθερο για μετακίνηση μόνο στον άξονα x′x . Στον άξονα αυτό x′x της ελεύθερης μετακίνησης, αν και υπάρχει η εξωτερική δύναμη του ελατηρίου αλλά και η συνιστώσα των βαρών, θεωρούμε ότι το σύστημα είναι προσεγγιστικά μονωμένο και επομένως στον άξονα αυτόν έχουμε διατήρηση της ορμής του.



Στον άξονα αυτό y′y επειδή δεν επιτρέπεται η ελεύθερη μετακίνηση και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ μπορεί να πάρει μεγάλες τιμές το σύστημα δεν είναι μονωμένο και προφανώς δεν έχουμε διατήρηση της ορμής.

Άρα:

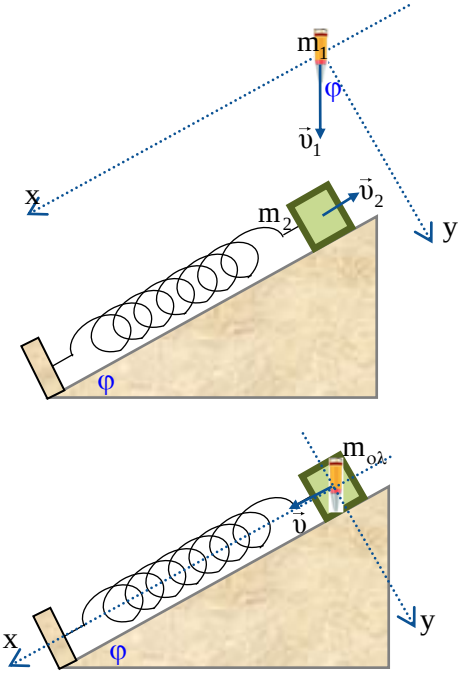
$\vec{p}_{ολ,x} = σταθερή \Rightarrow$

$m_1\upsilon_{1x} - m_2\upsilon_2 = m_{ολ}\upsilon$

$m_1\upsilon_1 συνφ - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon$

3ο παράδειγμα διατήρησης ορμής σε ένα άξονα:

Ένα άλλο παρόμοιο παράδειγμα διατήρησης ορμής σε ένα άξονα είναι αυτό του διπλανού σχήματος ... και εδώ έχουμε διατήρηση ορμής σε ένα μόνο άξονα, αυτόν που είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο. Βέβαια η διατήρηση της ορμής έστω και στον άξονα αυτόν τον x′x είναι προσεγγιστική ... το σύστημα δεν είναι αυστηρά μονωμένο.



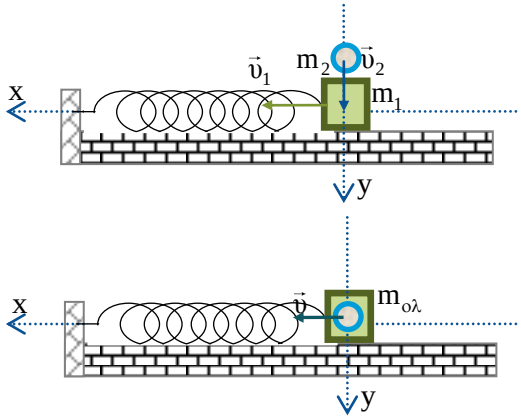
$\vec{p}_{ολ,x} = σταθερή \Rightarrow$

$m_1\upsilon_{1x} - m_2\upsilon_2 = m_{ολ}\upsilon$

$m_1\upsilon_1 ημφ - m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)\upsilon$

4ο παράδειγμα διατήρησης ορμής σε ένα άξονα:

Άλλο ένα παρόμοιο παράδειγμα διατήρησης ορμής σε έναν μόνο άξονα είναι αυτό της πλαστικής κρούσης του διπλανού σχήματος. Διατήρηση ορμής έχουμε μόνο σε άξονα παράλληλο με το δάπεδο στήριξης , στον άξονα x′x που το σύστημα μετά την κρούση είναι ελεύθερο για μετακίνηση. ... και εδώ η διατήρηση της ορμής στον άξονα αυτόν είναι προσεγγιστική ... το σύστημα δεν είναι αυστηρά μονωμένο αφού υπάρχει η εξωτερική δύναμη του ελατηρίου η οποία όμως μπορεί να αγνοηθεί σε σχέση με την εσωτερική δύναμη κρούσης.



$\vec{p}_{ολ,x} = σταθερή \Rightarrow m_1\upsilon_1 + 0 = m_{ολ}\upsilon$ ...

Ε. Γενικά συμπεράσματα για την διατήρηση ορμής κατά την κρούση.

1. Γενικά στην κρούση ένα σύστημα θεωρείται μονωμένο έστω και προσεγγιστικά μόνο αν μετά την κρούση τα σώματα είναι ελεύθερα για μετακίνηση και δεν στηρίζονται σε ακλόνητες επιφάνειες.

2. Αν κάποιο από τα συγκρουόμενα σώματα στηρίζεται σε ακλόνητη επιφάνεια και το σύστημα μετά την κρούση δεν μπορεί να μετακινηθεί, το σύστημα δεν είναι μονωμένο και η ορμή δεν διατηρείται.

3. Αν κάποιο από τα συγκρουόμενα σώματα στηρίζεται σε ακλόνητη επιφάνεια και η κρούση δεν είναι μετωπική τότε το σύστημα μπορεί να μετακινηθεί σε διεύθυνση παράλληλη με το δάπεδο στήριξης. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε διατήρηση της ορμής - έστω και προσεγγιστικά- σε άξονα παράλληλο με το δάπεδο στήριξης.

4. Η διατήρηση της ορμής **εφαρμόζεται μόνο κατά την διάρκεια Δt** της κρούσης, εξισώνοντας τις ορμές αμέσως πριν και αμέσως μετά την κρούση **...** και τούτο διότι το σύστημα μπορεί να είναι «προσεγγιστικά» μονωμένο οπότε πρέπει να δρουν στη διάρκεια αυτή και οι εσωτερικές δυνάμεις κρούσης ώστε να κυριαρχούν των όποιων μικρών σχετικά με αυτές εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα.

...συνεχίζεται ...