Η φάση στη στη συμβολή των κυμάτων.

Στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης υπάρχουν δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$ και $Π_2$ παραγωγής επιφανειακών αρμονικών εγκάρσιων κυμάτων που διαδίδονται με ταχύτητα $υ = 1m/s$. Οι πηγές έχουν εξισώσεις ταλάντωσης $y_{Π1} = y_{Π1} = 0,1ημ(10πt)$ και
Ένα μικρό κομμάτι ξύλου είναι σε ένα σημείο M της επιφανείας του νερού που απέχει από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αποστάσεις $r_1 = 0,8m$ και $r_2 = 1,2m$.

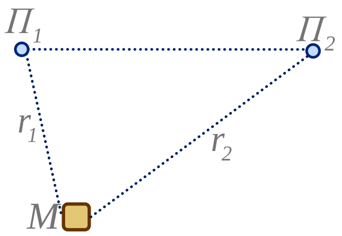
Μελέτη …

Το πλάτος, η συχνότητα, η περίοδος και το μήκος κύματος των ανωτέρω κυμάτων είναι $A = 0,1m$, $ω = 10π = 2πf \Rightarrow f = 5Hz$, $T = 0,2s$ και $λ = \frac{υ}{f}$ $\Rightarrow λ = 0,2m$.

Τα εγκάρσια επιφανειακά κύματα που παράγονται από τις πηγές έχουν εξισώσεις

$$y(r,t) = 0,1ημ\left(10πt - \frac{2πr}{0,2}\right) \Rightarrow$$

$$y(r,t) = 0,1ημ(10πt - 10πr)\ (S.I).$$



- Το ξύλο M δέχεται τα κύματα και εκτελεί ταλαντώσεις με εξισώσεις

$$y_{1M}(t) = 0,1ημ(10πt - 10π.0,8) \Rightarrow y_{1M}(t) = 0,1ημ(10πt - 8π)\ \ (S.I)\ (1)$$

$$y_{2M}(t) = 0,1ημ(10πt - 10π.1,2) \Rightarrow y_{2M}(t) = 0,1ημ(10πt - 12π)\ \ (S.I)\ (2)$$

- Κάθε μία από τις εξισώσεις αυτές περιγράφει τις επιμέρους ταλαντώσεις που εκτελεί το M, αλλά και την *«ιστορία»* του κύματος που δημιούργησε κάθε μία από αυτές τις ταλαντώσεις.
- Το κάθε κύμα διαδίδεται ανεξάρτητα από το άλλο και δημιουργεί στο M ταλαντώσεις, που η κάθε μία εξελίσσεται ανεξάρτητα από την άλλη.
- Για κάθε μία από τις ανεξάρτητες ταλαντώσεις (1) και (2) το M αρχίζει να ταλαντώνεται από την από την θέση ισορροπίας του $y_M = 0$ με αρχική θετική ταχύτητα ταλάντωσης, άρα έχει φάση μηδέν $φ_M = 0$. *(Το M αρχίζει να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα, όπως και οι πηγές … μόλις αρχίζουν να δίνουν κύματα… αυτό φαίνεται από την εξίσωση ταλάντωσης κάθε πηγής …*

$$y_Π = 0,1ημ(10πt) \Rightarrow υ_Π = πσυν(10πt) \xrightarrow{t=0} υ_Π = +π\frac{m}{s} > 0\,)$$

- Έτσι αν μηδενίσουμε την φάση της κάθε ταλάντωσης του M βρίσκουμε την χρονική εξίσωση έναρξης της ταλάντωσης αυτής, δηλαδή βρίσκουμε την χρονική στιγμή που το κάθε κύμα φθάνει στη θέση του ξύλου Μ.

$10\pi t - 8\pi = 0 \Rightarrow t_1 = 0{,}8s$ $\quad\quad$ $10\pi t - 12\pi = 0 \Rightarrow t_2 = 1{,}2s$

(Οι χρονικές αυτές στιγμές βρίσκονται και από τις σχέσεις $t_1 = \dfrac{r_1}{\upsilon}$ *και* $t_2 = \dfrac{r_2}{\upsilon}$ *μόνο αν οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται την* $t_0 = 0$ *)*

Σχόλιο: ***Γενικά κάθε σημείο του μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα (σε όποια θέση και να είναι), μόλις δέχεται το κύμα και αρχίζει την ταλάντωση (όποια και αν είναι η στιγμή αυτή),***
αν αρχίζει με $\upsilon_{ταλ} > 0$***, έχει φάση*** $\varphi = 0$
αν αρχίζει με $\upsilon_{ταλ} < 0$***, έχει φάση*** $\varphi = \pi$.

- Έτσι οι εξισώσεις (1) και (2) πρέπει να γράφονται με τους περιορισμούς.

  $y_{1M}(t) = 0{,}1\eta\mu\left(10\pi t - 8\pi\right)$ (S.I) $\forall t \geq 0{,}8s$

  $y_{2M}(t) = 0{,}1\eta\mu\left(10\pi t - 12\pi\right)$ (S.I) $\forall t \geq 1{,}2s$

Για $0 < t < 0{,}8s$ το ξύλο Μ δεν ταλαντώνεται γιατί δεν έχει φθάσει στη θέση του κανένα κύμα, άρα $y_M = 0$.

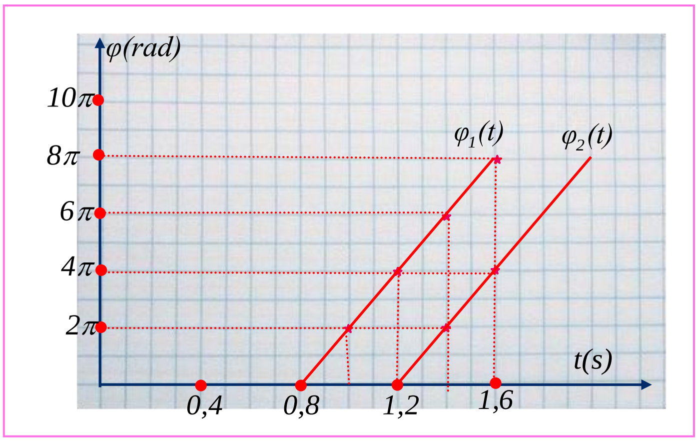
Για $0{,}8s \leq t < 1{,}2s$ το ξύλο Μ ταλαντώνεται μόνο με εξίσωση $y_{1M}(t) = 0{,}1\eta\mu\left(10\pi t - 8\pi\right)$(S.I).

Για $t \geq 1{,}2s$ το ξύλο Μ εκτελεί σύνθετη ταλάντωση (έχουμε συμβολή των κυμάτων) δύο ανεξάρτητων ταλαντώσεων. Η εξίσωση της συμβολής (η εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης που εκτελεί το ξύλο Μ) είναι $y_M(t) = y_{M1}(t) + y_{M2}(t) \ldots \Rightarrow y_{2M}(t) = 0{,}2\eta\mu\left(10\pi t - 10\pi\right)$(S.I) $\forall t \geq 1{,}2s$ (3)
(αυτή ισχύει για $\forall t \geq 1{,}2s$ και όχι $\forall t \geq 1{,}0s$).

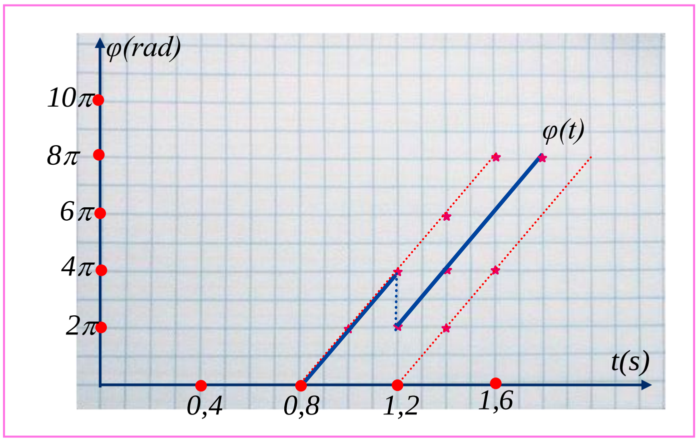
- Η εξίσωση (3) περιγράφει την σύνθετη ταλάντωση μετά την $t = 1{,}2s$ και δεν δίνει καμία πληροφορία για «πριν την έναρξη της συμβολής». Η εξίσωση (3) δεν είναι σαν τις εξισώσεις (1) και (2) που δίνουν πληροφορίες για τα κύματα και τις πηγές που τα παράγουν.
- ***Αν μηδενίσουμε την εξίσωση της φάσης*** $\varphi(t) = 10\pi t - 10\pi$ ***δεν παίρνουμε καμία χρηστική πληροφορία. Η εξίσωση αυτή για*** $t = 1{,}2s$ ***δίνει*** $\varphi = 2\pi$ ***… αυτό δεν δίνει καμία πληροφορία , απλά είναι μια «αρχική φάση αναφοράς». Σημασία έχει η αύξηση της φάσης*** $\Delta\varphi$ ***πάνω από αυτή την τιμή.*** Συμπεράσματα μπορεί να έχουμε μόνο από την αύξηση της φάσης της $y_{2M}(t) = 0{,}2\eta\mu\left(10\pi t - 10\pi\right)$και όχι από την ίδια την φάση. Άλλωστε το ίδιο ισχύει και για τις (1) και (2) μόνο που εδώ η αύξηση της φάσης ταυτίζεται με την φάση.

  Ας δούμε λίγο αυτά μέσα από τους παρακάτω πίνακες.

	Χρονική στιγμή	0,8s	1,0s	1,2s	1,4s	1,6
1η ταλάντωση	Φάση του Μ, φ=10πt-8π	0	2π	4π	6π	8π
	Αύξηση της φάσης Δφ	0	2π	4π	6π	8π
	Πλήθος ταλαντώσεων του Μ	0	1	2	3	4
2η ταλάντωση	Φάση του Μ, φ=10πt-12π	-	-	0	2π	4π
	Αύξηση της φάσης Δφ	-	-	0	2π	4π
	Πλήθος ταλαντώσεων του Μ	-	-	0	1	2
Σύνθετη ταλάντωση	Φάση του Μ, φ=10πt-10π	-	-	2π	4π	6π
	Αύξηση της φάσης Δφ	-	-	0	2π	4π
	Πλήθος ταλαντώσεων του Μ	-	-	0	1	2



Η χρονική εξέλιξη των φάσεων των δύο ανεξάρτητων ταλαντώσεων



Η γραφική παράσταση της φάσης της σύνθετης ταλάντωσης.

…Και η γραφική παράσταση της $y_M(t)$ με βάση την ανεξαρτησία των ταλαντώσεων…