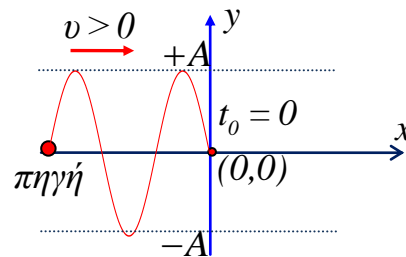
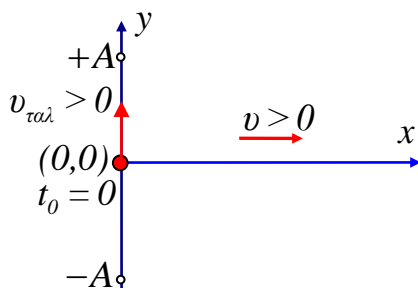


Η εξίσωση του κύματος και της ταλάντωσης των μορίων μιας χορδής εξαιτίας του κύματος

1. Πότε ισχύει η εξίσωση του κύματος $y(x,t) = A\eta\mu\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$;

Η εξίσωση αυτή ισχύει όταν η αρχή $O(x=0)$ του άξονα διάδοσης των κυμάτων δεν έχει αρχική φάση και το κύμα έχει θετική ταχύτητα διάδοσης $v > 0$. Αυτό σημαίνει ότι η αρχή $O(x=0)$ αρχίζει να ταλαντώνεται εξαιτίας του κύματος την $t=0$ με αρχική ταχύτητα ταλάντωσης θετική.

Να τονίσουμε εδώ ότι η αρχή $O(x=0)$ του άξονα διάδοσης των κυμάτων δεν ταυτίζεται κατ' ανάγκη με την πηγή δημιουργίας των κυμάτων. Βέβαια η πιο συνηθισμένη και απλή περίπτωση είναι να παίρνουμε $O(x=0)$ στην θέση της πηγής και $t_0 = 0$ τη στιγμή που η αρχή-πηγή αρχίζει να ταλαντώνεται για να δώσει κύμα, άρα έχει απομάκρυνση $y=0$ και $v_{\text{ταλ}} > 0$ ή $v_{\text{ταλ}} < 0$ (όπως θα δούμε όταν $v_{\text{ταλ}} < 0$ θα έχουμε αρχική φάση π... χωρίς αυτή να είναι η μοναδική περίπτωση για αρχική φάση π!)



Η πηγή αποτελεί την αρχή $O(x=0)$ του άξονα διάδοσης και αρχίζει να ταλαντώνεται την $t=0$ με θετική ταχύτητα ταλάντωσης.

Έτσι έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_0(t) = A\eta\mu(\omega t)$ και το κύμα

εξίσωση $y(x,t) = A\eta\mu\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

Εδώ η πηγή δεν αποτελεί την αρχή $O(x=0)$ του άξονα διάδοσης. Το κύμα φθάνει στην αρχή την $t=0$ που αρχίζει να ταλαντώνεται με θετική ταχύτητα ταλάντωσης. Έτσι η πηγή έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_0(t) = A\eta\mu(\omega t)$ και το κύμα εξίσωση

$y(x,t) = A\eta\mu\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

2. Πότε ισχύει η εξίσωση του κύματος $y(x,t) = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$;

Η εξίσωση αυτή ισχύει όταν η αρχή $O(x=0)$ του άξονα διάδοσης των κυμάτων δεν έχει αρχική φάση και το κύμα έχει αρνητική ταχύτητα διάδοσης $v < 0$. Αυτό σημαίνει ότι η αρχή $O(x=0)$ αρχίζει να ταλαντώνεται εξαιτίας του κύματος την $t=0$ με αρχική ταχύτητα ταλάντωσης θετική.

3. Πόση φάση έχει το κάθε μόριο μόλις αρχίζει να ταλαντώνεται;

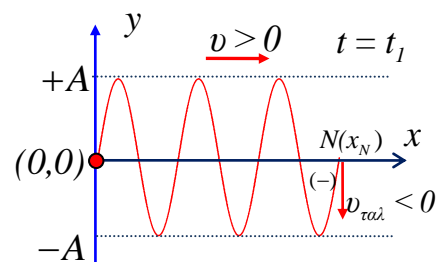
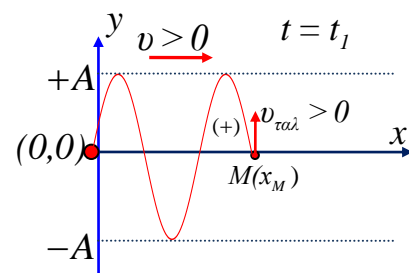
Κάθε μόριο του μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα κύμα, σε όποια θέση του μέσου και να είναι, όποια στιγμή και αν δέχεται το κύμα και αρχίζει να ταλαντώνεται, αρχίζει την ταλάντωσή του πάντοτε από την θέση ισορροπίας του $y=0$ με ταχύτητα ταλάντωσης θετική $v_{\text{ταλ}} > 0$ ή ταχύτητα ταλάντωσης αρνητική $v_{\text{ταλ}} < 0$. Η αρχική φορά ταλάντωσης κάθε μορίου της χορδής είναι ίδια με την αρχική φορά ταλάντωσης της πηγής.

Αν η αρχική φορά ταλάντωσης του όποιου μορίου M της χορδής είναι θετική $v_{\text{ταλ}} > 0$, τότε η φάση του μορίου αυτού μόλις αρχίζει η ταλάντωσή του είναι μηδέν $\varphi_M = 0$.

Αν η αρχική φορά ταλάντωσης του όποιου μορίου N της χορδής είναι αρνητική $v_{\text{ταλ}} < 0$, τότε η φάση του μορίου αυτού μόλις αρχίζει η ταλάντωσή του είναι μηδέν $\varphi_N = \pi$.

Στο σχήμα το κύμα διαδίδεται στη χορδή Ox και κάποια στιγμή t_1 έχει φθάσει στο σημείο M που έχει συντεταγμένη x_M . Το M τώρα που αρχίζει να ταλαντώνεται έχει απομάκρυνση $y=0$ και θετική ταχύτητα ταλάντωσης $v_{\text{ταλ}} > 0$. Το μόριο αυτό αυτή τη στιγμή έναρξης της ταλάντωσης έχει φάση μηδέν $\varphi_M = 0$. Προσέξτε τον τελευταίο «λοβό» του στιγμιότυπου πριν το M ότι είναι «θετικός».

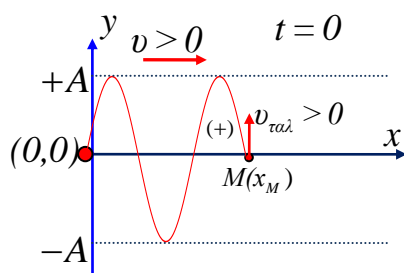
Στο σχήμα το κύμα διαδίδεται στη χορδή Ox και κάποια στιγμή t_1 έχει φθάσει στο σημείο N που έχει συντεταγμένη x_N . Το N τώρα που αρχίζει να ταλαντώνεται έχει απομάκρυνση $y=0$ και αρνητική ταχύτητα



ταλάντωσης $v_{\text{ταλ}} < 0$. Το μόριο αυτό αυτή τη στιγμή έναρξης της ταλάντωσης έχει φάση μηδέν $\varphi_M = \pi$. Προσέξτε τον τελευταίο «λοβό» του στιγμιότυπου πριν το N ότι είναι «αρνητικός».

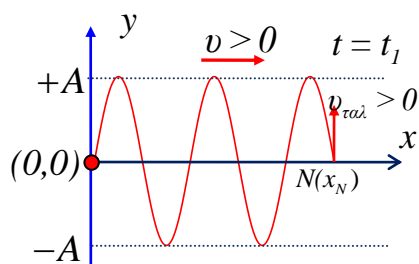
4. Η χρονική εξίσωση ταλάντωσης του κάθε μορίου της χορδής.

α) Κάθε μόριο M του μέσου διάδοσης του κύματος που αρχίζει να ταλαντώνεται την $t=0$ με ταχύτητας $v_{\text{ταλ}} > 0$, σε όποια θέση $M(x_M)$ και να βρίσκεται πάνω στον άξονα διάδοσης του κύματος, έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_M = A\eta\mu(\omega t)$, ανεξάρτητα από την γενική εξίσωση του κύματος.



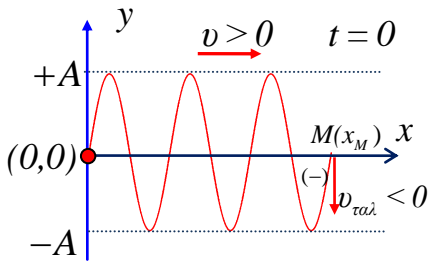
Στο διάγραμμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός κύματος την $t=0$. Το κύμα έχει φθάσει στο σημείο M το οποίο θα έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_M = A\eta\mu(\omega t)$

β) Κάθε μόριο N του μέσου διάδοσης του κύματος που αρχίζει να ταλαντώνεται την $t_1 \neq 0$ με ταχύτητας $v_{\text{ταλ}} > 0$, σε όποια θέση $N(x_N)$ και να βρίσκεται πάνω στον άξονα διάδοσης του κύματος, έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_N = A\eta\mu[\omega(t - t_1)]$, ανεξάρτητα από την γενική εξίσωση του κύματος.



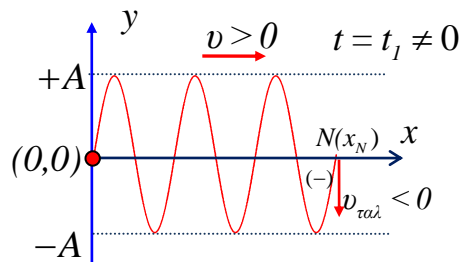
Στο διάγραμμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός κύματος την $t=t_1 \neq 0$. Το κύμα έχει φθάσει στο σημείο N το οποίο θα έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_N = A\eta\mu[\omega(t - t_1)]$

γ) Κάθε μόριο M του μέσου διάδοσης του κύματος που αρχίζει να ταλαντώνεται την $t=0$ με ταχύτητας $v_{\text{ταλ}} < 0$, σε όποια θέση $M(x_M)$ και να βρίσκεται πάνω στον άξονα διάδοσης του κύματος, έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_M = A\eta\mu(\omega t + \pi)$, ανεξάρτητα από την γενική εξίσωση του κύματος.



Στο διάγραμμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός κύματος την $t=0$. Το κύμα έχει φθάσει στο σημείο M το οποίο θα έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_M = A\eta\mu(\omega t + \pi)$

δ) Κάθε μόριο N του μέσου διάδοσης του κύματος που αρχίζει να ταλαντώνεται την $t_1 \neq 0$ με ταχύτητας $v_{\tau\alpha\lambda} < 0$, σε όποια θέση $N(x_N)$ και να βρίσκεται πάνω στον άξονα διάδοσης του κύματος, έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_N = A\eta\mu[\omega(t - t_1) + \pi]$, ανεξάρτητα από την γενική εξίσωση του κύματος .



Στο διάγραμμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός κύματος την $t=t_1$. Το κύμα έχει φθάσει στο σημείο N το οποίο θα έχει εξίσωση ταλάντωσης $y_N = A\eta\mu[\omega(t - t_1) + \pi]$