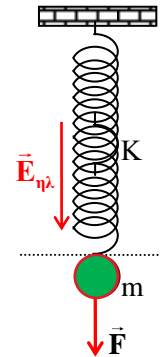


Ένα 2^ο θέμα α.α.τ ... με την λογική της ενδιαμέσης ταλάντωσης ύστερα από την δράση σταθερής δύναμης .

Ένα ηλεκτρικά φορτισμένο σώμα μάζας m ηρεμεί δεμένο στο κάτω μέρος κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K . Στην περιοχή εφαρμόζουμε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που ασκεί στο φορτισμένο σώμα κατακόρυφη σταθερή δύναμη \vec{F} με φορά προς τα κάτω. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκείται μέχρι το ελατήριο να υποστεί για πρώτη φορά την μέγιστη δυνατή επιμήκυνση. Στη δράση αυτή της ηλεκτρικής δύναμης ...



α. Η μετατόπιση του σώματος είναι $\Delta y = \frac{2F}{K}$.

β. Η ενέργεια που προσέφερε το ηλεκτρικό πεδίο μέσω του έργου της \vec{F} στο φορτισμένο σωματίδιο είναι $E_{\text{πρσ}} = \frac{F^2}{2K}$.

γ. Ο χρόνος δράσης της \vec{F} είναι $\Delta t = \pi \sqrt{\frac{m}{K}}$.

Σημειώστε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

Απαντήσεις

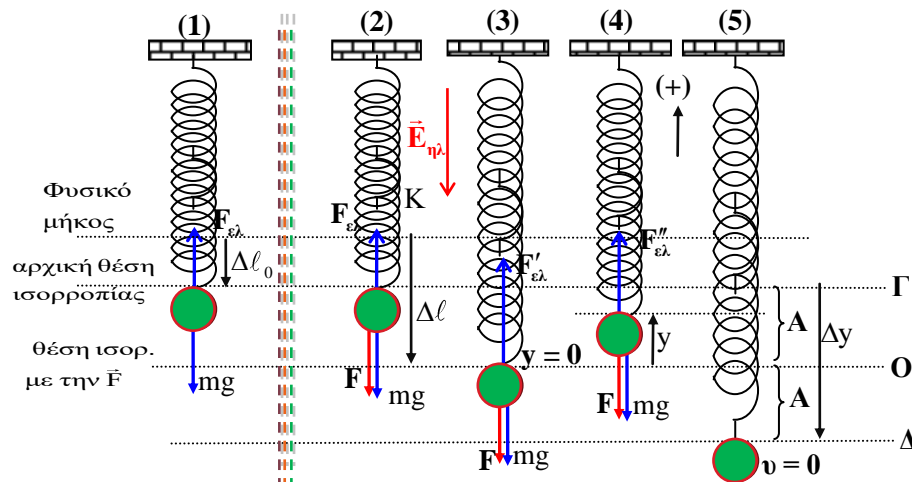
... Η ενδιάμεση ταλάντωση ...

Αρχικά και πριν την δράση του ηλεκτρικού πεδίου το σώμα ισορροπεί παραμορφωμένο κατά $\Delta\ell_0$ (σχήμα 1)... $\Sigma F=0 \Rightarrow F_{ελ} = mg \Rightarrow K\Delta\ell_0 = mg \Rightarrow$

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{K} \quad (1).$$

Μετά την δράση της σταθερής δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου \vec{F} (σχήμα 2) η θέση ισορροπίας που μπορεί να έχει το σώμα είναι πιο κάτω (σχήμα 3) που το ελατήριο έχει παραμόρφωση κατά $\Delta\ell$... $\Sigma F=0 \Rightarrow F'_{ελ} = F + mg \Rightarrow$

$$K\Delta\ell = F + mg \quad (2) \Rightarrow \Delta\ell = \frac{F + mg}{K} \quad (2').$$



Όσο δρα η σταθερή δύναμη \vec{F} αποδεικνύεται το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από την θέση ισορροπίας ($y=0$, σχήμα 3)... πράγματι στην τυχαία θέση του σχήματος (4) ... $\Sigma \vec{F} = \vec{F}'' + \vec{F} + m\vec{g} \Rightarrow \Sigma F = K(\Delta\ell - y) - F - mg \Rightarrow$
 $\Sigma F = K\Delta\ell - Ky - F - mg \xrightarrow{(1)} \Sigma F = -Ky$ άρα α.α.τ με σταθερά επαναφοράς $D=K$.

Μόλις αρχίζει η δράση της \vec{F} (σχήμα 2) άρα και η ταλάντωση του σώματος η ταχύτητα αυτού είναι μηδέν, συνεπώς η θέση αυτή είναι η ακραία θέση και η απόστασή της από την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι το πλάτος A ...

$$A = \Delta\ell - \Delta\ell_0 \xrightarrow{(1,2)} A = \frac{F + mg}{K} - \frac{mg}{K} \Rightarrow A = \frac{F}{K} \quad \dots \text{άρα αν η } \vec{F} \text{ δεν καταργούνταν θα}$$

γίνονταν συνεχώς η α.α.τ : $\Gamma \rightarrow O \rightarrow \Delta \rightarrow O \rightarrow \Gamma$ με κέντρο το O και άκρα τα Γ και Δ . Παρατηρούμε ότι η κατώτερη θέση που κατέρχεται το σώμα είναι το Δ ... η μέγιστη

δυνατή επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell_{\max} = \Delta\ell_0 + 2A$ ή $\Delta\ell_{\max} = \frac{mg + 2F}{K}$.

Η περίοδος που δρα η \vec{F} είναι ένα μέρος μια ενδιάμεσης ταλάντωσης ...

Μετά την κατάργηση της \vec{F} στην μέγιστη δυνατή παραμόρφωση [όπου η ταχύτητα είναι μηδέν] το σώμα κάνει **νέα α.α.τ** γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας με

$$\text{πλάτος } A' = 2A = \frac{2F}{K}.$$

α. Η μετατόπιση του σώματος με την δράση της \vec{F} είναι $\Delta y = 2A \Rightarrow \Delta y = \frac{2F}{K}$

Άρα η πρόταση (α) είναι σωστή.

β. Η ενέργεια που δόθηκε μέσω του έργου της ηλεκτρικής δύναμης είναι $E_{\text{προς}} = W_F$

$$\Rightarrow E_{\text{προς}} = F \cdot \Delta y \Rightarrow E_{\text{προς}} = F \cdot \frac{2F}{K} \Rightarrow E_{\text{προς}} = \frac{2F^2}{K} \dots$$

Άρα η πρόταση (β) είναι λάθος.

Σχόλιο: Μετά την κατάργηση της \vec{F} το σώμα κάνει **άλλη ταλάντωση** γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας με πλάτος $A' = 2A = \frac{2F}{K}$ και θα έχει ενέργεια ταλάντωσης

$$E_{\text{ταλ}} = \frac{1}{2}KA'^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{ταλ}} = \frac{1}{2}K\left(\frac{2F}{K}\right)^2 \quad \text{ή} \quad E_{\text{ταλ}} = \frac{2F^2}{K} \quad \text{όσο το έργο της δύναμης } \vec{F} \text{ κατά την μετατόπιση } \Delta y.$$

γ. Ο χρόνος δράσης της \vec{F} ισούται με την μισή περίοδο της αρχικής ταλάντωσης [αυτής που υπάρχει και με την δράση της \vec{F}] και συνεπώς είναι $\Delta t = \frac{T}{2}$ ή $\Delta t = \frac{1}{2}2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ή

$$\Delta t = \pi\sqrt{\frac{m}{K}}.$$

Άρα η πρόταση (γ) είναι σωστή.

Σχόλιο: Το 1^ο και 2^ο ερώτημα απαντώνται σχετικά εύκολα με Θ.Μ.Κ.Ε χωρίς την βάση της ενδιάμεσης ταλάντωσης ...αλλά χωρίς την ενδιάμεση ταλάντωση δεν καλύπτεται το 3^ο ερώτημα!

Πολλά ανάλογα θέματα στο βιβλίο μου Σύνθετα Θέματα...