

4.16

Λύση.

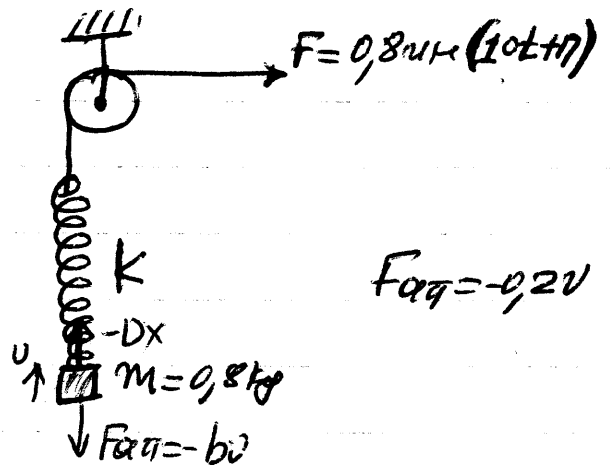
A) Αφω' το σύστημα είναι

σταθερό $\omega = \omega_0 \Rightarrow \omega_0 = 10 \text{ rad/s}$

α) $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ α) $k = m\omega_0^2$

α) $k = 98 \text{ kg} (10 \text{ rad/s})^2$

α) $k = 80 \text{ N/m}$



B) Στο χρονικό σημείο 10 s είναι $F = -F_{a\gamma}$ α) $0,8 \text{ N} (10t + \pi) = -(-9,2 \text{ N})$

α) $v = 4 \text{ m/s} (10t + \pi)$ α' $v = 40 \text{ m/s} (10t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.)

$v_{\text{max}} = \omega A$ α) $4 = 10 A$ α) $A = 0,4 \text{ m}$ $x = A \sin(10t + \frac{\pi}{2})$

α) $x = 0,4 \text{ m} (10t + \frac{\pi}{2})$ (S.I.)

Γ) $\frac{dE_{\text{πηρ}}}{dt} = \frac{dW_F}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt}$ α) $\frac{dE_{\text{πηρ}}}{dt} = F \cdot v$ (1)

$F = 98 \text{ N} (\frac{20}{7} \cdot \frac{1}{12} + \pi)$ α) $F = -9,4 \text{ N}$

$v = 40 \text{ m/s} (\frac{20}{7} \cdot \frac{1}{12} + \frac{\pi}{2})$ α' $v = -2 \text{ m/s}$

(1) $\Rightarrow \frac{dE_{\text{πηρ}}}{dt} = 0,8 \text{ J/s}$

Δ) (1) $\Rightarrow \frac{dE_{\text{πηρ}}}{dt} = 0,8 \text{ N} (10t + \pi) \cdot 4 \text{ m/s} (10t + \pi)$ α)

$\frac{dE_{\text{πηρ}}}{dt} = 3,2 \text{ m}^2 (10t + \pi)$

α) α) $\left(\frac{dE_{\text{πηρ}}}{dt} \right)_{\text{max}} = 3,2 \text{ J/s}$

Λύση 4.17

A) Αποδείκνυσιαι ότι η σταθερά D της ελαστικής ταρσοειδούς ταλάντωσης δύο παραλληλως εκτεθειμενων ελαστων $D = k_1 + k_2$

ή $D = 400 \text{ N/m}$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi/5}$ ή $\omega = 10 \text{ rad/s}$

$a_{\max} = \omega^2 A$ ή $50 = 100 A$ ή $A = 0,5 \text{ m}$

$\psi = A \sin(\omega t + \phi)$ ή $\psi = 0,5 \sin(10t + \phi)$ (SI)
 $v = \omega A \cos(\omega t + \phi)$ ή $v = 5 \cos(10t + \phi)$ (SI)

B) $F = -b v$ ή $F = -0,02 \cdot 5 \cos(10t + \phi)$ ή $F = -0,1 \cos(10t + \phi)$

Τις $t = \frac{\pi}{30}$ s αφο' την εξίσωση $F = f(t)$ και $v = v(t)$

βρίσκουμε $F = 0,05 \text{ N}$ και $v = -2,5 \text{ m/s}$

$\frac{dW_{\text{αντ}}}{dt} = F \cdot v$ ή $\frac{dW_{\text{αντ}}}{dt} = -0,125 \text{ J/s}$

Αρα η ενσθεν αποβ' έργου ε ειναι $\frac{dE_{\text{αντ}}}{dt} = 0,125 \text{ J/s}$

Γ.1) Η κυκλικη ιδιοαχνι'τη ταση οση'ται εις

$\omega_0 = \sqrt{D/m} = \sqrt{\frac{400}{1}} = 20 \text{ rad/s}$

Αρα θα ε'χουμε συνοντισω' ωρε'σει η ^{κυκλικη} αχνι'τη ταση να ειναι $\omega' = 20 \text{ rad/s}$

$\eta = \frac{\omega'}{\omega} 100\% = \frac{\omega' - \omega}{\omega} 100\%$ ή $\eta = 100\%$

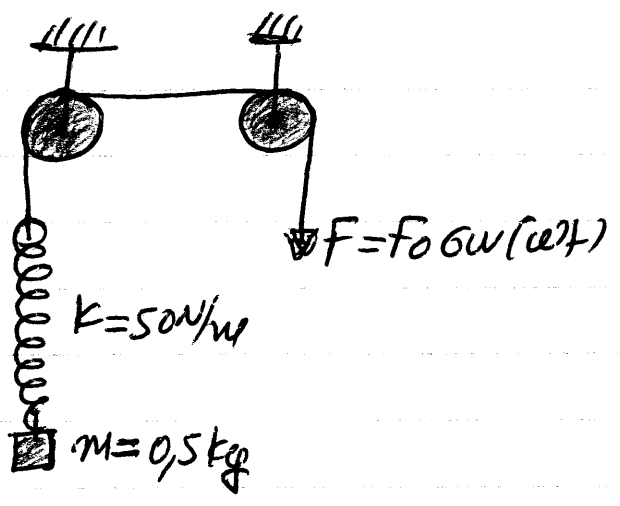
Γ.2) $F = -F_{\text{αντ}}$ ή $F = b v$ ή $F = b \omega_0 A \sin(\omega_0 t + \phi)$

ή $F = 0,02 \cdot 20 \cdot 0,5 \sin(20t + \phi)$ (SI) ή

$F = 0,2 \sin(20t + \phi)$ (SI)

1164 **4.18**

Επειδή το σύστημα είναι ομογενές
 $\omega = \omega_0 = \sqrt{k/m} = 10 \text{ rad/s}$
 και $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ή $T = \frac{2\pi}{10} \text{ s}$



$E = \frac{1}{2} D A^2$ ή
A-2 $A = \sqrt{\frac{2E}{k}}$ ή $A = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.25}{50}}$

ή $A = 0,5 \text{ m}$

220 $\cos(10t)$ ή $F = -F_0 \sin$ ή $F = b v$ ή $F_0 \cos(\omega t) = b v$

ή $v = \frac{F_0}{b} \cos(\omega t)$ (1) ή $v = v_{\max} \cos(\omega t)$ (2) ή $F_0 = 0,05 \text{ N}$

Ναι αγγίξ $v_{\max} = \omega A \xrightarrow[\omega = 10 \text{ rad/s}]{A = 0,5 \text{ m}} v_{\max} = 5 \text{ m/s}$ (2)

$v = 5 \cos(10t) \text{ (SI)}$

και $x = 0,5 \sin(10t) \text{ SI}$

A-3 Από (1), (2) $v_{\max} = \frac{F_0}{b}$ ή $b = \frac{F_0}{v_{\max}}$ ή $b = 0,01 \text{ kg s}^{-1}$

ήρα $F_{\text{αν}} = -b v$ ή $F_{\text{αν}} = -0,01 v \text{ (SI)}$

B-1
 $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ή $\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda t'}$ ή $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t'}$ ή $\ln 2 = \lambda t'$
 ή $0,69 = \lambda t'$ ή $\lambda = \frac{b}{2m} = \frac{0,01}{2 \cdot 0,5}$ ή $\lambda = 0,01 \text{ s}^{-1}$

ή $0,69 = 0,01 t'$ ή $t' = 69 \text{ s}$

B-2
 $t' = 100 \cdot T$ ή $T = 0,69 \text{ s}$

4.19

Λύση

A-1) $\frac{T}{2} = 0,1 \text{ s}$ $\Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$, $f = 5 \text{ Hz}$, $\omega = 100 \text{ rad/s}$

A-2) $D = m\omega_0^2 \Rightarrow \frac{\omega \approx \omega_0}{D = k} \Rightarrow k = 100 \text{ N/m}$ ✓

A-3) α) $A = A_0 e^{-\lambda t}$ $\Rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\frac{\omega t_1}{10}}$ $\Rightarrow -\ln 2 = -\frac{\omega t_1}{10}$ $\Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$ ✓

$t_1 = NT$ $\Rightarrow N = \frac{10}{0,2}$ $\Rightarrow N = 50 \text{ ταλαντώσεις}$ ✓

β) $\frac{E}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} D (A_0/2)^2}{\frac{1}{2} D A_0^2} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow E = 0,25 E_0$

$\eta = \frac{|\Delta E|}{E_0} 100\%$ $\Rightarrow \eta = \frac{E - E_0}{E_0} 100\%$ $\Rightarrow \eta = 75\%$ ✓

B-1) $\omega_{\text{απειροσμοί}} = \omega = 100 \text{ rad/s}$, $\omega_0 = \omega = 100 \text{ rad/s}$
 επειδή $\omega' = \omega_0$ προφανώς $\omega_0 = \omega = 100 \text{ rad/s}$ είναι συντονισμένο

B-2) $\lambda = \frac{b}{2\pi}$ $\Rightarrow b = 2\pi \lambda$ $\Rightarrow b = 2 \cdot 10 \cdot \frac{\pi}{10}$ $\Rightarrow b = 0,14 \text{ kg s}^{-1}$ ✓

$\psi = 0,5 \text{ m} \cdot (100\pi t)$ $\Rightarrow v = 50\pi \omega (100\pi t)$ (S.I.) $\Rightarrow v = 15,76 \omega (100\pi t)$ $\Rightarrow F = -F_0 \sin(\dots) = -(-bv)$ $\Rightarrow F = b v$
 $\Rightarrow F = 2,198 \cdot 6 \omega (100\pi t)$ (S.I.)

B-3) Όταν ο ταλαντωτής διέρχεται από τη θέση $\psi = 0$
 $\psi = 0,5 \text{ m} \cdot (100\pi t) = 0 \Rightarrow 100\pi t = k\pi$ οπότε
 $v = 15,76 \omega (k\pi)$ $\Rightarrow v = \pm 15,7 \text{ m/s}$ $\Rightarrow F = 2,198 \omega (k\pi)$ $\Rightarrow F = \pm 2,198 \text{ N}$

Άρα $\frac{dE_{\text{κιν}}}{dt} = F \cdot v \Rightarrow \frac{dE_{\text{κιν}}}{dt} = 34,5 \text{ J/s}$ ✓