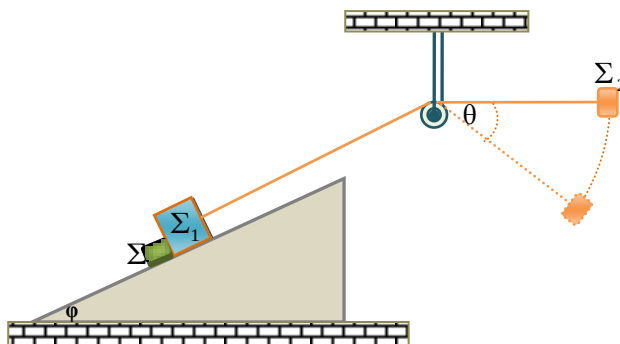


Κυκλική κίνηση ...και όχι μόνο – Β' Λυκείου Θετικού Προσανατολισμού

Πάνω σε ένα ακλόνητο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ [$\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$] υπάρχει σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1,2\text{Kg}$ που παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s=0,5$. Το σώμα είναι δεμένο με αβαρές μη εκτατό νήμα που διέρχεται μέσω μικρής τροχαλίας και στο άλλο του νήματος είναι δεμένο άλλο σώμα Σ_2 μάζας



$m_2=0,8\text{Kg}$. Το νήμα αρχικά κρατείται τεντωμένο με το τμήμα μέχρι την τροχαλία να είναι παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο και το τμήμα μετά την τροχαλία οριζόντιο όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή αφήνουμε το σώμα Σ_2 ελεύθερο και αυτό διαγράφει κατακόρυφη κυκλική τροχιά με το σώμα Σ_1 να παραμένει για κάποιο διάστημα ακίνητο.

α) Εξηγείστε ότι αρχικά για να παραμένει το σώμα Σ_1 ακίνητο απαιτείται να υπάρχει ένα ακλόνητο στήριγμα Σ , όπως στο σχήμα.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ σώματος Σ_1 και δαπέδου του κεκλιμένου επιπέδου δεν χρειάζονταν το στήριγμα Σ .

Για τον πραγματικό - δεδομένο συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s=0,5$, να βρείτε:

γ) σε ποια απόκλιση θ του οριζόντιου τμήματος του νήματος μπορούμε να πάρουμε το στήριγμα Σ χωρίς να διαταχθεί η ισορροπία του Σ_1 ,

δ) σε ποια απόκλιση θ αντιστρέφεται η φορά της στατικής τριβής,

3) σε ποια απόκλιση θ το σώμα Σ_1 αρχίζει να ανέρχεται.

Θεωρείστε αμελητέα την μάζα και ακτίνα της τροχαλίας (τη ροπή αδράνειας της τροχαλίας) ώστε να είναι ίδιο το μέτρο της δύναμης του νήματος στα δύο σώματα και $g=10\text{m/s}^2$.

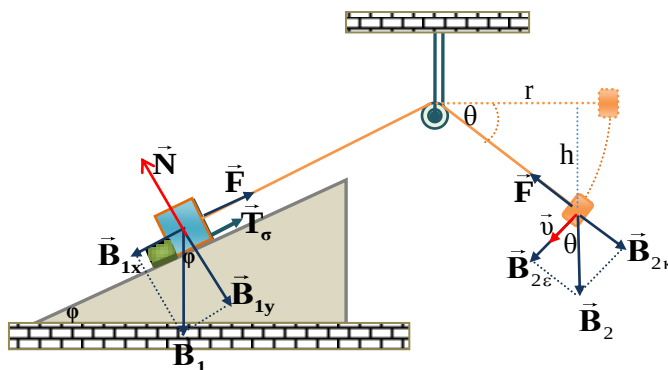
Απάντηση

α) Έστω το οριζόντιο τμήμα του νήματος ότι έχει εκτραπεί κατά γωνία θ χωρίς το Σ_1 να μετακινηθεί. Στην κυκλική αυτή κίνηση του σώματος Σ_2 υπάρχει διατήρηση της μηχανικής ενέργειας οπότε $\frac{1}{2}m_2v^2 = m_2gh$ ή $\frac{1}{2}m_2v^2 = m_2g\eta\mu\theta$ ή $v = \sqrt{2g\eta\mu\theta}$ (1). Από την κυκλική κίνηση του Σ_2 έχουμε $\Sigma F_k = m_2a_k$

$$\text{ή } F - m_2g\eta\mu\theta = m_2 \frac{v^2}{r} \xrightarrow{(1)}$$

$$F = 3m_2g\eta\mu\theta \quad (2)$$

Το σώμα Σ_1 μόλις το Σ_2 αφήνεται ελεύθερο στον άξονα $x'x$ παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο δέχεται τις παρακάτω δυνάμεις ... την $B_{1x} = m_1g\eta\mu\phi$ ή $B_{1x} = 7,2\text{N}$, την $F = 3m_2g\eta\mu\theta$



που εκείνη τη στιγμή έχει μηδενική τιμή ($\theta = 0 \Rightarrow F = 0$) και την στατική τριβή που έχει φορά προς τα πάνω και έχει μέγιστη τιμή $T_{\sigma\tau, \max} = \mu_\sigma m_1 g \sigma\upsilon\nu\phi \xrightarrow{\text{S.I.}} T_{\sigma\tau, \max} = 4,8\text{N}$.

Παρατηρούμε ότι $B_{1x} > T_{\sigma\tau, \max}$, οπότε το σώμα Σ_1 θα αρχίσει να κινείται προς τα κάτω και γι' αυτό χρειάζεται το στήριγμα Σ .

β) Για να μην χρειάζονταν το στήριγμα Σ έπρεπε $B_{1x} = T'_{\sigma\tau} \leq \mu N$ ή $m_1g\eta\mu\phi \leq \mu'_\sigma m_1g\sigma\upsilon\nu\phi$ ή $\mu'_\sigma \geq \epsilon\phi\phi$ ή $\mu'_\sigma \geq 0,75$... που δεν υπάρχει...

γ) Για να μην χρειάζεται το στήριγμα πρέπει $\Sigma \vec{F}_x = 0$ ή $F + T_{\sigma\tau} - B_{1x} = 0$ ή $F + T_{\sigma\tau} - m_1g\eta\mu\phi = 0 \xrightarrow{(2)} T_{\sigma\tau} = m_1g\eta\mu\phi - 3m_2g\eta\mu\theta \leq \mu_\sigma N$ ή

$$m_1g\eta\mu\phi - 3m_2g\eta\mu\theta \leq \mu_\sigma m_1g\sigma\upsilon\nu\phi \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta \geq \frac{m_1(\eta\mu\phi - \mu_\sigma\sigma\upsilon\nu\phi)}{3m_2} \xrightarrow{\text{S.I.}} \eta\mu\theta \geq 0,01 \quad \text{ή}$$

$$\theta \geq 5,74^\circ$$

δ) Η στατική τριβή μηδενίζεται και στη συνέχεια αντιστρέφεται όταν $F = m_1g\eta\mu\phi \xrightarrow{(2)}$

$$3m_2g\eta\mu\theta = m_1g\eta\mu\phi \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta = \frac{m_1\eta\mu\phi}{3m_2} \xrightarrow{\text{S.I.}} \eta\mu\theta = 0,3 \quad \text{ή} \quad \theta = 17,46^\circ$$

ε) Ισορροπία για το Σ_1 έχουμε για όσο χρόνο ισχύει (εδώ η τριβή είναι προς τα κάτω)

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad \text{ή} \quad F - T_{\sigma\tau} - B_{1x} = 0 \quad \text{ή} \quad F - m_1g\eta\mu\phi = T_{\sigma\tau} \leq \mu_\sigma m_1g\sigma\upsilon\nu\phi \xrightarrow{(2)}$$

$$3m_2g\eta\mu\theta - m_1g\eta\mu\phi \leq \mu_\sigma m_1g\sigma\upsilon\nu\phi \quad \text{ή} \quad \eta\mu\theta \leq \frac{m_1(\eta\mu\phi + \mu_\sigma\sigma\upsilon\nu\phi)}{3m_2} \xrightarrow{\text{S.I.}} \eta\mu\theta \leq 0,5 \quad \text{ή} \quad \theta \leq 30^\circ$$

Άρα το σώμα αρχίζει να ανέρχεται για $\theta > 30^\circ$.

Την άσκηση αυτή μοιράσθηκε μαζί μου ο συνάδελφος φυσικός κ. Γεώργιος Κοϊνάκης διευθυντής του « Εν-τάξη Φροντιστήρια- Γλυφάδα Επίγνωση »