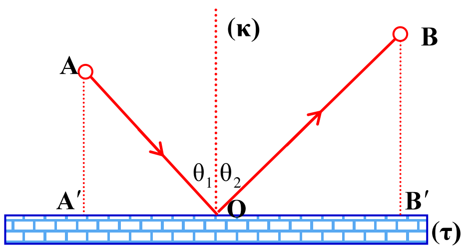
Οπτικό ανάλογο της ανάκλασης στην κινηματική



Ένα κινητό θα μεταβεί με δύο διαδοχικές **ευθύγραμμες** κινήσεις από το σημείο Α στο σημείο Β που ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και είναι προς την αυτή πλευρά ενός ευθύγραμμου τείχους (τ). Πρώτα κινείται από Α προς ένα σημείο Ο του τείχους (τ) και μετά από το Ο προς το σημείο Β.

α. Εξηγείστε ότι για να είναι ελάχιστο το διάστημα $s=(AOB)$, πρέπει το Ο να είναι σε τέτοια θέση ώστε οι γωνίες θ_1 και θ_2, που σχηματίζουν η προσπίπτουσα και ανακλώμενη διεύθυνση ΑΟ και ΟΒ με τη κάθετο (κ) στον τοίχο (τ) να είναι ίσες $\theta_1=\theta_2$.

Αν το Α και το Β απέχουν από τον τοίχο αποστάσεις ΑΑ΄=α=40m και ΒΒ΄=b=60m και $A'B'=d=75m$,

β. να προσδιορισθεί η θέση Ο ώστε το διάστημα $s=(AOB)$ να έχει την ελάχιστη τιμή,

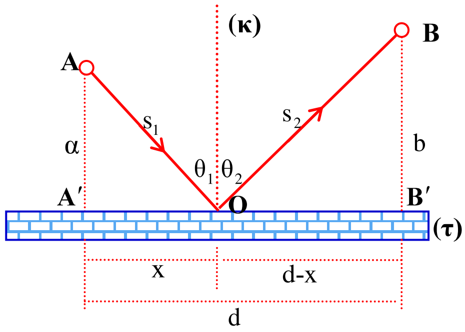
γ. να υπολογισθεί η ελάχιστη τιμή για το διάστημα $s=(AOB)$.

Απάντηση

α. Έστω ότι το κινητό ακολουθεί την διαδρομή του σχήματος μέσω της οποίας επιτυγχάνεται το ελάχιστο διάστημα.

$s=(AOB) \Rightarrow s=s_1+s_2 \Rightarrow$

$s=\sqrt{x^2+\alpha^2}+\sqrt{(d-x)^2+b^2}$ (1)



Εδώ ουσιαστικά ζητείται η τιμή της μεταβλητής x ώστε το διάστημα της ποσότητας (1) να γίνει ελάχιστο. Αυτό όμως επιτυγχάνεται όταν η πρώτη παράγωγος της (1) ως προς την μεταβλητή x μηδενίζεται .

$$\frac{ds}{dx}=0 \xrightarrow{(1)} \frac{d}{dx}\left[\sqrt{x^2+\alpha^2}+\sqrt{(d-x)^2+b^2}\right]=0 \Rightarrow$$

$$\frac{d}{dx}\left[\left(x^2+\alpha^2\right)^{1/2}+\left((d-x)^2+b^2\right)^{1/2}\right]=0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\left(x^2+\alpha^2\right)^{-1/2}\cdot(2x)+\frac{1}{2}\left((d-x)^2+b^2\right)^{-1/2}\cdot 2(d-x)(-1)=0 \Rightarrow$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+\alpha^2}}-\frac{d-x}{\sqrt{(d-x)^2+b^2}}=0 \Rightarrow \frac{x}{s_1}-\frac{d-x}{s_2}=0 \Rightarrow \frac{x}{s_1}=\frac{d-x}{s_2} \Rightarrow \eta\mu\theta_1=\eta\mu\theta_2 \xrightarrow{\text{οξείες γωνίες}}$$

$\Rightarrow \boldsymbol{\theta_1=\theta_2}$ **(ό.έ.δ).**

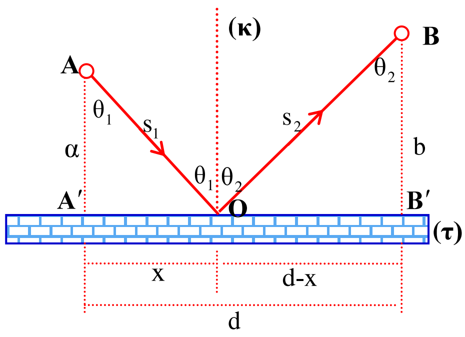
(*) Αν είχαμε κάτοπτρο στη θέση του τοίχου, τότε κάθε προσπίπτουσα ακτίνα ΑΟ ανακλάται στο ΟΒ έτσι ώστε η γωνία πρόσπτωσης να ισούται με γωνία ανάκλασης .
(**) Στην ανάκλαση του φωτός ακολουθείται η πορεία του ελάχιστου δρόμου.

(***) Στην διάθλαση του φωτός ακολουθείται η πορεία του ελάχιστου χρόνου**.**

β. $\theta_1=\theta_2 \xrightarrow{\text{οξείες γωνίες}} \varepsilon\varphi\theta_1=\varepsilon\varphi\theta_2 \Rightarrow \frac{x}{\alpha}=\frac{d-x}{b}$

$\Rightarrow xb=\alpha d-\alpha x \Rightarrow x=\frac{\alpha}{\alpha+b}d \xrightarrow{S.I} x=30m$ και

$d-x=45m$



γ. $s=s_1+s_2 \Rightarrow s=\sqrt{x^2+\alpha^2}+\sqrt{(d-x)^2+b^2}$

$\xrightarrow{S.I} s_{min}=\sqrt{30^2+40^2}+\sqrt{45^2+60^2}$

$s_{min}=50m+75m \Rightarrow \boldsymbol{s_{min}=125m}$.