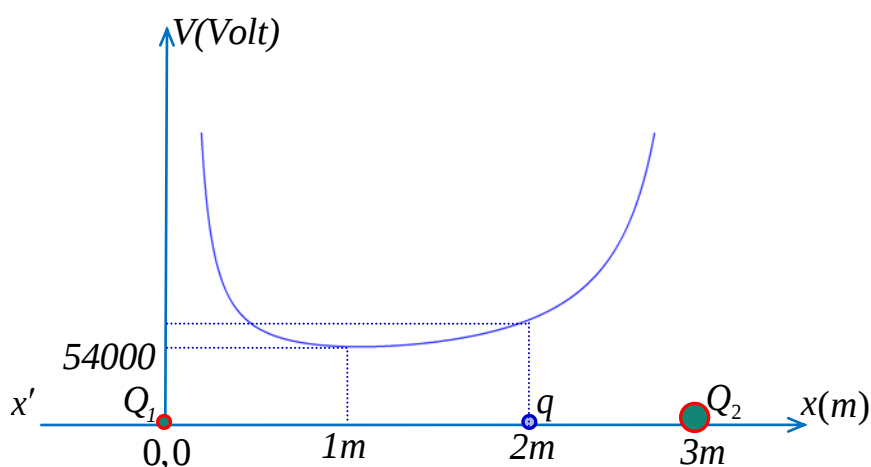


Η αυθόρμητη φορά κίνησης ενός φορτίου σε ηλεκτρικό πεδίο...

Δύο μικρές φορτισμένες σφαίρες με φορτία Q_1 και Q_2 είναι ακλόνητα στερεωμένα πάνω σε ένα άξονα $x'x$ στις θέσεις $x=0$ και $x=3m$ αντίστοιχα. Το δυναμικό του σύνθετου ηλεκτροστατικού πεδίου που οφείλεται στα δύο αυτά φορτία πάνω στον άξονα $x'x$ για την περιοχή $0 < x < 3m$ αποδίδεται από τη γραφική παράσταση $V = f(x)$ στον διαγράμματος. Από αυτή τη γραφική παράσταση φαίνεται ότι στη θέση $x=1m$ έχουμε την ελάχιστη τιμή του δυναμικού $V_{min} = 54000V$.

α) Εξηγήστε ποιό το είδος των φορτίων Q_1 και Q_2



Ένα θετικά φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο $q = 2 \cdot 10^{-7} C$ αφήνεται στη θέση $x = 2m$ δέχεται μόνο τη δύναμη του ηλεκτροστατικού πεδίου και στην κίνησή του αποκτά μέγιστη κινητική ενέργεια $K_{max} = 5,4 \cdot 10^{-3} J$.

β) Εξηγήστε προς ποιά φορά θα κινηθεί το φορτισμένο σωματίδιο και σε ποιά θέση θα αποκτήσει την μέγιστη κινητική ενέργεια.

Να βρείτε:

γ) την δυναμική ηλεκτρική ενέργεια του φορτισμένου σωματιδίου στη θέση $x = 2m$,

δ) το δυναμικό του πεδίου στη θέση $x = 2m$,

ε) τις τιμές των φορτίων Q_1 και Q_2 ,

στ) τη θέση στην οποία θα μηδενισθεί για πρώτη φορά η ταχύτητα του φορτισμένου σωματιδίου,

ζ) την ένταση του σύνθετου πεδίου στη θέση $x = 1m$,

η) ποιο το είδος της κίνησης που θα εκτελεί το φορτισμένο σωματίδιο.

Δίνεται $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$ και ότι όλα τα φορτία θεωρούνται σημειακά.

Απάντηση

α) Το δυναμικό στο σύνθετο πεδίο της άσκησης για $0 < x < 3m$ δίνεται από τη σχέση $V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x}$ (S.I). Από τη σχέση αυτή και τη μορφή της καμπύλης $V = f(x)$ για να έχουμε μόνο θετικές τιμές για το δυναμικό πρέπει $Q_1 > 0$ και $Q_2 > 0$.

β) Ένα φορτίο q όταν αφεθεί ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα μέσα σε ένα ηλεκτροστατικό πεδίο και η μόνη δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι η δύναμη του πεδίου θα κινηθεί - αυθόρμητα-

- ✚ προς την κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται από το ηλεκτροστατικό πεδίο,
- ✚ προς την κατεύθυνση που το έργο της ηλεκτροστατικής δύναμης είναι θετικό,
- ✚ σε κάθε περίπτωση προς περιοχές που μειώνεται η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια που έχει το φορτίο λόγω αλληλεπίδρασης με το πεδίο,
- ✚ αν είναι θετικό προς περιοχές με μικρότερα δυναμικά,
- ✚ αν είναι αρνητικό προς περιοχές με μεγαλύτερα δυναμικά.

Στην άσκηση το φορτισμένο σωματίδιο έχει θετικό φορτίο ($q > 0$) άρα αρχικά - αφού δεν έχει ταχύτητα -θα κινηθεί προς μικρότερα δυναμικά , δηλαδή από τη θέση $x = 2m$ προς τη θέση $x = 1m$

Στην κίνηση αυτή η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

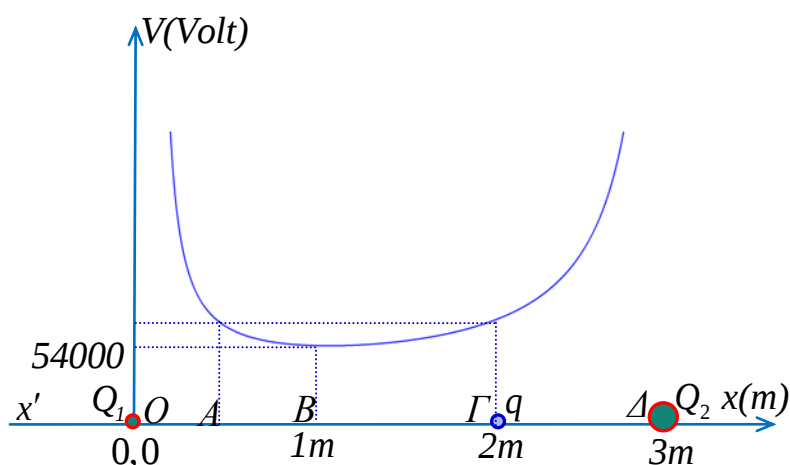
$U + K = \text{σταθ}$ και επειδή η δυναμική ενέργεια μειώνεται η κινητική ενέργεια αυξάνεται και θα γίνει μέγιστη όταν γίνει ελάχιστη η δυναμική ενέργεια, και επειδή $U = qV > 0$ αυτή

γίνεται ελάχιστη στη θέση που το δυναμικό παίρνει τη ελάχιστη τιμή ... στη θέση $B(x = 1m)$.

$$\gamma) \quad U + K = \text{σταθ} \Rightarrow U_r + K_r = U_B + K_B \xrightarrow{K_r=0} U_r = qV_B + K_{\max} \xrightarrow{\text{S.I}} U_r = 2 \cdot 10^{-7} \cdot 54000 + 5,4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow U_r = 16,2 \cdot 10^{-3} \text{ J}.$$

$$\delta) \quad U_r = qV_r \Rightarrow V_r = \frac{U_r}{q} \xrightarrow{\text{S.I}} V_r = \frac{16,2 \cdot 10^{-3} \text{ J}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ C}} \Rightarrow V_r = 81000 \text{ V}.$$

$$\epsilon) \text{ Το δυναμικό στο B είναι } V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} \Rightarrow$$



$$54000 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1}{1} + 9 \cdot 10^9 \frac{Q_2}{2} \Rightarrow Q_1 + 0,5Q_2 = 6 \cdot 10^{-6} C \quad (1)$$

Το δυναμικό στο Γ είναι $V = K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} \Rightarrow$

$$81000 = 9 \cdot 10^9 \frac{Q_1}{2} + 9 \cdot 10^9 \frac{Q_2}{1} \Rightarrow 0,5Q_1 + Q_2 = 9 \cdot 10^{-6} C \quad (2)$$

Από το σύστημα των (1) και (2) παίρνουμε $Q_1 = 2 \cdot 10^{-6} C$ και $Q_2 = 8 \cdot 10^{-6} C$.

στ) Η κίνηση από το Γ μέχρι το Β είναι επιταχυνόμενη και λόγω της ταχύτητας περνάει από το Β αλλά κινείται προς μεγαλύτερα δυναμικά όπου η δυναμική ενέργεια αυξάνεται και προφανώς η κινητική μειώνεται...και έστω ότι θα μηδενισθεί σε ένα σημείο Α.

$$U_r + K_r = U_A + K_A \xrightarrow{K_r=0, K_A=0} U_r = U_A \Rightarrow U_r = qV_A \Rightarrow$$

$$16,2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-7} \left(K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} \right) \Rightarrow K_c \frac{Q_1}{x} + K_c \frac{Q_2}{3-x} = 81000 V \Rightarrow$$

$$81000 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{x} + 9 \cdot 10^9 \frac{8 \cdot 10^{-6}}{3-x} \Rightarrow \dots 9x^2 - 21x + 6 = 0 \dots \text{οι λύσεις}$$

αυτής είναι $x = \frac{1}{3} m$ και $x = 2m$. Προφανώς δεκτή είναι η $x = \frac{1}{3} m$.

$$\zeta) E = K_c \frac{Q_1}{x^2} - K_c \frac{Q_2}{(3-x)^2} \quad (\text{αντίρροπες εντάσεις}) \Rightarrow$$

$$E_B = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6}}{1} - 9 \cdot 10^9 \frac{8 \cdot 10^{-6}}{4} \Rightarrow E_B = 0 \dots \text{αναμενόμενο !! (γιατί;)}$$

η) Το φορτίο εκτελεί μια συνεχή παλινδρομική κίνηση - ταλάντωση μεταξύ των θέσεων $x = 2m$ και $x = \frac{1}{3} m$...δηλαδή εγκλωβίζεται σε ένα "πηγάδι" δυναμικών.....

