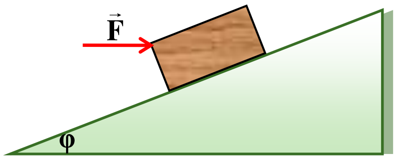
11. Η κατεύθυνση της στατικής τριβής σε ισορροπία σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο.

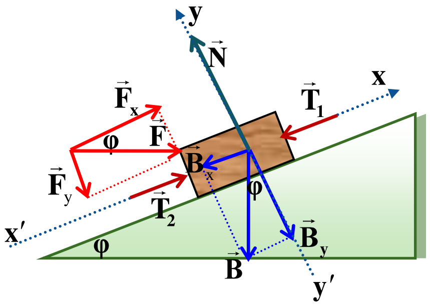


Ένα σώμα μάζας m=4,8Kg είναι πάνω σε ακλόνητο κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu_{στ}$=0,4. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ ώστε να ισορροπεί. Αν $g=10m/s^2$ και η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi=26{,}56^0$ (εφφ=0,5) να βρείτε για ποιες τιμές της δύναμης το σώμα ισορροπεί.

Απάντηση

Απάντηση

Στο σχήμα φαίνονται οι ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις και η ανάλυση αυτών σε άξονα $x'x$ παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο και σε άξονα $y'y \perp x'x$. Εδώ θέλει προσοχή η τριβή $\vec{T}$ είναι στατική και έχει φορά αντίθετη από την τάση κίνησης.



- Αν $F_x > B_x$ η τάση κίνησης είναι προς τα πάνω και η στατική τριβή προς τα κάτω και στο σχήμα είναι η $\vec{T}_1$.
- Αν $F_x < B_x$ η τάση κίνησης είναι προς τα κάτω και η στατική τριβή προς τα πάνω και στο σχήμα είναι η $\vec{T}_2$.

Για την ισορροπία στον άξονα $y'y \perp x'x$ γράφουμε $\Sigma\vec{F}_y = 0$ ή $N - F_y - B_y = 0$ ή $N = F\eta\mu\varphi + mg\sigma\upsilon\nu\varphi\,(1)$.

Για την ισορροπία στον άξονα $x'x$ αν $F_x > B_x$ γράφουμε $\Sigma\vec{F}_x = 0$ ή $F_x - B_x - T_1 = 0$ ή $F\sigma\upsilon\nu\varphi - mg\eta\mu\varphi - T_1 = 0$ ή $F\sigma\upsilon\nu\varphi - mg\eta\mu\varphi = T_1$ (2). Η στατική τριβή $\vec{T}_1$ παίρνει τιμές $T_1 \le \mu_{\sigma\tau} N \xrightarrow{(1)} T_1 \le \mu_{\sigma\tau}\left(F\eta\mu\varphi + mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right) \xrightarrow{(2)}$

$F\sigma\upsilon\nu\varphi - mg\eta\mu\varphi \le \mu_{\sigma\tau}\left(F\eta\mu\varphi + mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right)$ (3) ή $F\sigma\upsilon\nu\varphi - \mu_{\sigma\tau}F\eta\mu\varphi \le \mu_{\sigma\tau}mg\sigma\upsilon\nu\varphi + mg\eta\mu\varphi$ ή

$F\left(\sigma\upsilon\nu\varphi - \mu_{\sigma\tau}\eta\mu\varphi\right) \le mg\left(\mu_{\sigma\tau}\sigma\upsilon\nu\varphi + \eta\mu\varphi\right)$ ή $F \le mg\dfrac{\mu_{\sigma\tau}\sigma\upsilon\nu\varphi + \eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi - \mu_{\sigma\tau}\eta\mu\varphi}$ ή

$$\mathbf{F \le mg\frac{\mu_{\sigma\tau} + \varepsilon\varphi\varphi}{1 - \mu_{\sigma\tau}\cdot\varepsilon\varphi\varphi}} \quad (4)$$

Για την ισορροπία στον άξονα $x'x$ αν $F_x < B_x$ γράφουμε $\Sigma\vec{F}_x = 0$ ή $F_x - B_x + T_2 = 0$ ή $F\sigma\upsilon\nu\varphi - mg\eta\mu\varphi + T_2 = 0$ ή $mg\eta\mu\varphi - F\sigma\upsilon\nu\varphi = T_1$ (5). Η στατική τριβή $\vec{T}_2$ παίρνει τιμές $T_2 \le \mu_{\sigma\tau} N \xrightarrow{(1)} T_2 \le \mu_{\sigma\tau}\left(F\eta\mu\varphi + mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right) \xrightarrow{(5)}$

$mg\eta\mu\varphi - F\sigma\upsilon\nu\varphi \le \mu_{\sigma\tau}\left(F\eta\mu\varphi + mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right)$ (5΄) ή $-F\sigma\upsilon\nu\varphi - \mu_{\sigma\tau}F\eta\mu\varphi \le \mu_{\sigma\tau}mg\sigma\upsilon\nu\varphi - mg\eta\mu\varphi$ ή

$F\left(\sigma\upsilon\nu\varphi + \mu_{\sigma\tau}\eta\mu\varphi\right) \ge mg\left(\eta\mu\varphi - \mu_{\sigma\tau}\sigma\upsilon\nu\varphi\right)$ ή $F \ge mg\dfrac{\eta\mu\varphi - \mu_{\sigma\tau}\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi + \mu_{\sigma\tau}\eta\mu\varphi}$ ή

$\mathbf{F \ge mg\dfrac{\varepsilon\varphi\varphi - \mu_{\sigma\tau}}{1 + \mu_{\sigma\tau}\cdot\varepsilon\varphi\varphi}}$ (6) Συνδυάζοντας τις (4) και (6) παίρνουμε

$\mathbf{mg\dfrac{\varepsilon\varphi\varphi - \mu_{\sigma\tau}}{1 + \mu_{\sigma\tau}\cdot\varepsilon\varphi\varphi} \le F \le mg\dfrac{\mu_{\sigma\tau} + \varepsilon\varphi\varphi}{1 - \mu_{\sigma\tau}\cdot\varepsilon\varphi\varphi}}$ και με αντικατάσταση των δεδομένων τιμών έχουμε $4N \le \mathbf{F} \le 54N$

Και με διαφορετική μαθηματική επεξεργασία …Οι εξισώσεις (3) και (5) με ενιαία μορφή γράφονται … $|F\sigma\upsilon\nu\varphi - mg\eta\mu\varphi| \leq \mu_{\sigma\tau}(F\eta\mu\varphi + mg\sigma\upsilon\nu\varphi)$ ή $|F - mg\varepsilon\varphi\varphi| \leq \mu_{\sigma\tau}(F\varepsilon\varphi\varphi + mg) \xrightarrow{S.I} |F - 48 \cdot 0,5| \leq 0,5(F \cdot 0,4 + 48)$ ή $|F - 24| \leq 0,2F + 19,2$ και υψώνοντας στο τετράγωνο τελικά παίρνουμε $F^2 + 58F + 216 \leq 0$. Οι ρίζες του τριωνύμου είναι 4 και 54 και η ανίσωση επαληθεύεται στη περιοχή $4N \leq \mathbf{F} \leq 54N$.